



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
CENTRO DE TECNOLOGIA
Departamento de Estruturas e Construção Civil
Disciplina: ECC 1008 – Estruturas de Concreto

PROJETO ESTRUTURAL DE SAPATAS

Gerson Moacyr Sisniegas Alva

Santa Maria, dezembro de 2007.

1. INTRODUÇÃO

1.1 Definições

Fundações são elementos estruturais cuja função é transmitir as ações atuantes na estrutura à camada resistente do solo. Os elementos estruturais de fundações devem apresentar resistência adequada para suportar as tensões geradas pelos esforços solicitantes. Além disso, uma fundação deve transferir e distribuir seguramente as ações da superestrutura ao solo, de modo que não cause recalques diferenciais prejudiciais ao sistema estrutural nem a própria ruptura do solo.

Segundo a NBR 6122:1996, em função da profundidade da cota de apoio, as fundações classificam-se em:

Fundação superficial: Elemento de fundação em que a ação é transmitida predominantemente pelas pressões distribuídas sob a base da fundação, e em que a profundidade de assentamento em relação ao terreno adjacente é inferior a duas vezes a menor dimensão da fundação. Este tipo de fundação também é chamada de direta ou rasa.

Fundação profunda: Elemento de fundação que transmite as ações ao terreno pela base (resistência de ponta), por sua superfície lateral (resistência de fuste) ou por uma combinação das duas e que está assente em profundidade superior ao dobro de sua menor dimensão em planta e no mínimo 3m. Neste tipo de fundação incluem-se as estacas, os tubulões e os caixões.

Neste texto aborda-se o projeto estrutural das sapatas, as quais representam uma das soluções mais utilizadas como fundação superficial. As sapatas são elementos tridimensionais e têm a finalidade de transferir para o terreno as ações oriundas de pilares ou paredes. A área da base das sapatas é projetada em função da tensão de compressão admissível do solo – determinada através de investigação geotécnica (sondagens).

Com relação à forma volumétrica, as sapatas podem ter vários formatos, porém o mais comum é o cônico retangular, em virtude do menor consumo de concreto.



Figura 1.1: Fotos de execução de sapatas. Fonte: *Fundacta*

1.2 Alguns aspectos geotécnicos para o projeto de sapatas

[Texto suplementar: extraído de GIONGO & VANDERLEI (2000)]

O projeto de uma fundação envolve considerações da Mecânica dos Solos e de análise estrutural. O projeto deve associar racionalmente, no caso geral, os conhecimentos das duas especialidades.

Este item aborda conceitos básicos associados aos problemas de geotecnia no projeto de fundações, que ajudam a prever e adotar medidas que evitem recalques prejudiciais ou ruptura do terreno, com conseqüente colapso da estrutura.

1.2.1 Investigações Geotécnicas

O engenheiro de fundações deve iniciar o seu projeto com um conhecimento tão perfeito quanto possível do solo onde irá se apoiar a fundação. Os problemas causados em uma superestrutura por insuficiência de infra-estrutura são graves na maioria das vezes, e sempre de correção onerosa. É recomendável negligenciar economias nas investigações geotécnicas, para evitar desperdício ou reforço nas fundações, que poderia ser evitado com a realização de ensaio complementar, cujo valor torna-se irrelevante quando comparado ao valor total do empreendimento.

O projetista deve saber acerca da extrema complexidade do solo, cujo comportamento é função das pressões com que é solicitado, e depende do tempo e do meio físico, não sendo possível definir precisamente a relação tensão-deformação. Uma investigação tão completa quanto possível da natureza do solo é indispensável, no entanto, sempre haverá risco em relação às condições desconhecidas.

A amplitude das investigações geotécnicas é função de diversos fatores, como o tipo e tamanho da obra e o conhecimento prévio das características do terreno, obtidas através de dados disponíveis de investigações anteriores de terrenos vizinhos ou de mapas geológicos.

Através dessas investigações geotécnicas são obtidas as características do terreno de fundação, natureza, propriedades, sucessão e disposição das camadas; e a localização do lençol freático, de maneira que se possa avaliar mais corretamente a tensão admissível do solo.

Para fins de projeto e execução, as investigações geotécnicas do terreno de fundação devem seguir as especificações da NBR 6122:1996.

1.2.2 Escolha do tipo de fundações

A qualidade e o comportamento de uma fundação dependem de uma boa escolha, que melhor concilie os aspectos técnicos e econômicos de cada obra. Qualquer insucesso nessa escolha pode representar, além de outros inconvenientes, custos elevadíssimos de recuperação ou até mesmo o colapso da estrutura ou do solo.

O engenheiro de fundações, ao planejar e desenvolver o projeto, deve obter todas as informações possíveis referentes ao problema: estudar as diferentes soluções e variantes; analisar os processos executivos; prever suas repercussões; estimar os seus custos e, então, decidir sobre as viabilidades técnica e econômica da sua execução.

Os fatores que influenciam na escolha do tipo de fundação são analisados a seguir.

a. Relativos à superestrutura

Devem ser analisados aspectos como: o tipo de material que compõe a superestruturas, por exemplo, concreto armado ou protendido, estrutura pré-fabricada, estrutura de madeira, metálica ou alvenaria estrutural; quanto a função da edificação, edifício residencial, comercial, galpão industrial, ponte, silos; e com relação as ações atuantes, como grandeza, natureza, posição e tipo.

b. Características e propriedades mecânicas do solo

As investigações geotécnicas são primordiais e muito importantes para a definição do tipo de fundação mais adequado. Delas obtém-se dados do solo, tais como: tipo de solo, granulometria, cor, posição das camadas resistência, compressibilidade, etc.

c. Posição e característica do nível d'água

Dados sobre o lençol freático são importantes para o estudo de um possível rebaixamento. Consideráveis variações do nível d'água podem ocorrer por causa das chuvas. Um poço de reconhecimento muitas vezes é uma boa solução para observação dessas possíveis variações.

d. Aspectos técnicos dos tipos de fundações

Muitas vezes surgem algumas limitações a certos tipos de fundações em função da capacidade de carga, equipamentos disponíveis, restrições técnicas, tais como: nível d'água, matacões, camadas muito resistentes, repercussão dos prováveis recalques, etc.

e. Edificações na vizinhança

Estudo da necessidade de proteção dos edifícios vizinhos, de acordo com o conhecimento do tipo e estado de conservação dos mesmos; como também a análise da tolerância aos ruídos e vibrações são indispensáveis.

f. Custo

Depois da análise técnica é feito um estudo comparativo entre as alternativas tecnicamente indicadas. De acordo com as dificuldades técnicas que possam elevar os custos, o projeto arquitetônico poderá ser modificado. Um outro ponto relativo ao custo é o planejamento de início e execução, pois, algumas vezes, uma fundação mais cara, garante um retorno financeiro mais rápido.

g. Limitações dos tipos de fundações existentes no mercado

Determinadas regiões optam pela utilização mais freqüente de alguns poucos tipos que se firmaram como mais convenientes localmente; o mercado torna-se limitado, sendo, portanto, necessária uma análise da viabilidade da utilização de um tipo de fundação tecnicamente indicada, mas não existente na região.

O problema é resolvido por eliminação escolhendo-se, entre os tipos de fundações existentes, aqueles que satisfaçam tecnicamente ao caso em questão. A

seguir, é feito um estudo comparativo de custos dos diversos tipos selecionados, visando com isso escolher o mais econômico. A escolha de um tipo de fundação deve satisfazer aos critérios de segurança, tanto contra a ruptura (da estrutura ou do solo), como contra recalques incompatíveis com o tipo de estrutura.

Muitas vezes um único tipo impõe-se desde o início, e, então, a escolha é quase automática. Outras vezes, apesar de raras, mais de um tipo é igualmente possível e de igual custo.

Quando o terreno é formado por uma espessa camada superficial, suficientemente compacta ou consistente, adota-se previamente uma fundação do tipo sapata, que é o primeiro tipo de fundação a ser considerada. Existe uma certa incompatibilidade entre alguns tipos de solos e o emprego de sapatas isoladas, pela incapacidade desses solos de suportar as ações das estruturas.

ALONSO (1983) indica que, em princípio, o emprego de sapatas só é viável técnica e economicamente quando a área ocupada pela fundação abranger, no máximo, de 50% a 70% da área disponível. De uma maneira geral, esse tipo de fundação não deve ser usado nos seguintes casos:

- aterro não compactado;
- argila mole;
- areia fofa e muito fofa;
- solos colapsíveis;
- existência de água onde o rebaixamento do lençol freático não se justifica economicamente.

Segundo MELLO (1971), o encaminhamento racional para o estudo de uma fundação, após o conhecimento das ações estruturais e características do solo, deve atender as indicações comentadas a seguir.

Analisa-se inicialmente a possibilidade do emprego de fundações diretas. No caso da não ocorrência de recalques devidos a camadas compressíveis profundas, o problema passa a ser a determinação da cota de apoio das sapatas e da tensão admissível do terreno, nessa cota. No caso de haver ocorrência de recalques profundos, deverá ainda ser examinada a viabilidade da fundação direta em função dos recalques totais, diferenciais e diferenciais de desaprumo (isto é, quando a resultante das ações dos pilares não coincide com o centro geométrico da área de projeção do prédio, ou quando há heterogeneidade do solo).

Sendo viável a fundação direta pode-se então compará-la com qualquer tipo de fundação profunda para determinação do tipo mais econômico.

Não sendo viável o emprego das fundações diretas passa-se então a analisar a solução em fundações profundas (estacas ou tubulões).

2. CLASSIFICAÇÃO DAS SAPATAS

2.1 Quanto à rigidez

A NBR 6118:2003 classifica as sapatas quanto à rigidez de acordo com as seguintes expressões:

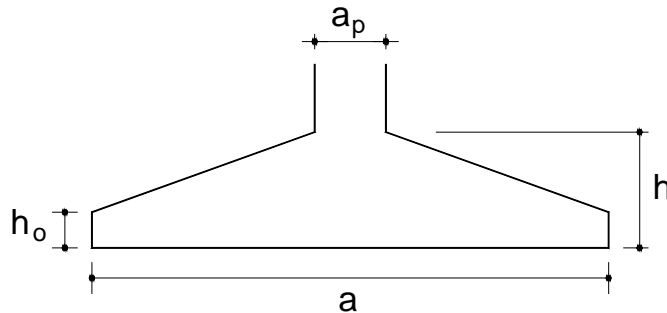


Figura 2.1: Dimensões típicas em sapatas

Se $h \leq \frac{(a - a_p)}{3} \Rightarrow$ sapata flexível

Se $h > \frac{(a - a_p)}{3} \Rightarrow$ sapata rígida

onde

a é a dimensão da sapata na direção analisada;

h é a altura da sapata;

a_p é a dimensão do pilar na direção em questão.

Sapatas flexíveis:

São de uso mais raro, sendo mais utilizadas em fundações sujeitas a pequenas cargas. Outro fator que determina a escolha por sapatas flexíveis é a resistência do solo. ANDRADE (1989) sugere a utilização de sapatas flexíveis para solos com pressão admissível abaixo de 150kN/m^2 ($0,15\text{MPa}$).

As sapatas flexíveis apresentam o comportamento estrutural de uma peça fletida, trabalhando à flexão nas duas direções ortogonais. Portanto, as sapatas são dimensionadas ao momento fletor e à força cortante, da mesma forma vista para as lajes maciças.

A verificação da punção em sapatas flexíveis é necessária, pois são mais críticas a esse fenômeno quando comparadas às sapatas rígidas.

Sapatas rígidas:

São comumente adotadas como elementos de fundações em terrenos que possuem boa resistência em camadas próximas da superfície. Para o dimensionamento das armaduras longitudinais de flexão, utiliza-se o *método geral de bielas e tirantes*. Alternativamente, as sapatas rígidas podem ser dimensionadas à flexão da mesma forma que as sapatas flexíveis, obtendo-se razoável precisão.

As tensões de cisalhamento devem ser verificadas, em particular a ruptura por compressão diagonal do concreto na ligação laje (sapata) – pilar.

A verificação da punção é desnecessária, pois a sapata rígida situa-se inteiramente dentro do cone hipotético de punção, não havendo possibilidade física de ocorrência de tal fenômeno.

2.2 Quanto à posição

Sapatas isoladas

Transmitem ações de um único pilar centrado, com seção não alongada. É o tipo de sapata mais freqüentemente utilizado. Tais sapatas podem apresentar bases quadradas, retangulares ou circulares, com a altura constante ou variando linearmente entre as faces do pilar à extremidade da base.

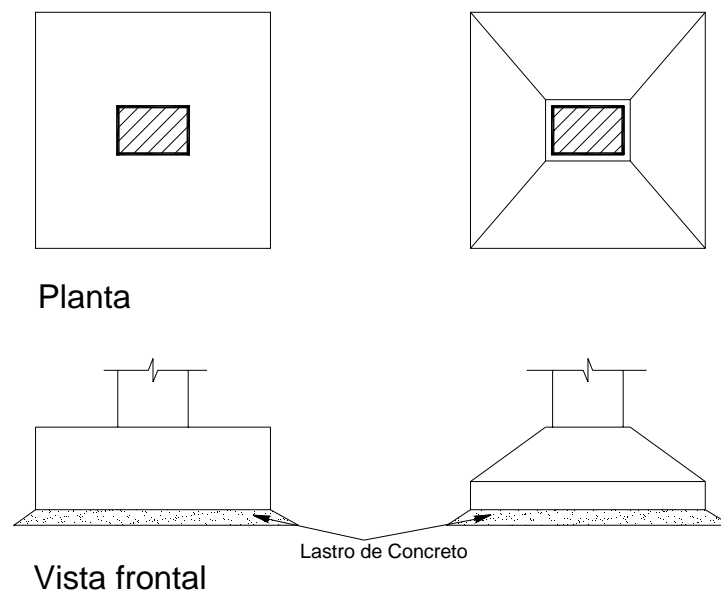


Figura 2.2: Sapatas isoladas

Sapatas corridas:

São empregadas para receber as ações verticais de paredes, muros, ou elementos alongados que transmitem carregamento uniformemente distribuído em uma direção.

O dimensionamento deste tipo de sapata é idêntico ao de uma laje armada em uma direção. Por receber ações distribuídas, não é necessária a verificação da punção em sapatas corridas.

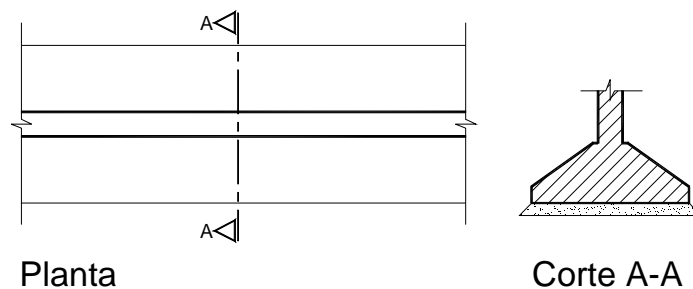


Figura 2.3: Sapata corrida sob carregamento linear distribuído

Sapatas associadas ou combinadas

Transmitem as ações de dois ou mais pilares adjacentes. São utilizadas quando não é possível a utilização de sapatas isoladas para cada pilar, por estarem muito próximas entre si, o que provocaria a superposição de suas bases (em planta) ou dos bulbos de pressões. Neste caso, convém empregar uma única sapata para receber as ações de dois ou mais pilares.

O centro de gravidade da sapata normalmente coincide com o centro de aplicação das cargas dos pilares. Para condições de carregamento uniformes e simétricas, as sapatas associadas resultam em uma sapata corrida simples, de base retangular. Entretanto, quando as cargas dos pilares apresentam diferenças relevantes, a imposição de coincidir o centróide da sapata com o centro das cargas dos pilares conduz ou a uma sapata de base trapezoidal (em planta) ou a sapatas retangulares com balanços livres diferentes (em planta).

Usualmente, as sapatas associadas são projetadas com viga de rigidez (enrijecimento), cujo eixo passa pelo centros de cada pilar.

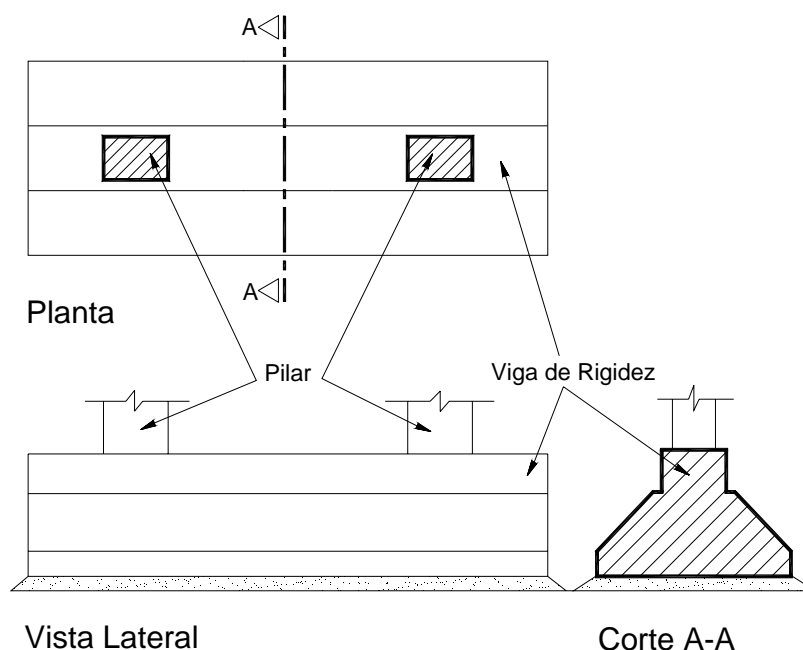


Figura 2.4: Sapata associada retangular

Sapatas com vigas de equilíbrio

No caso de pilares posicionados junto à divisa do terreno (figura 2.5), o momento produzido pelo não alinhamento da ação com a reação deve ser absorvido por uma viga, conhecida como viga de equilíbrio ou viga alavanca, apoiada na sapata junto à divisa e na sapata construída para pilar interno. Portanto, a viga de equilíbrio tem a função de transmitir a carga vertical do pilar para o centro de gravidade da sapata de divisa e, ao mesmo tempo, resistir aos momentos fletores produzidos pela excentricidade da carga do pilar em relação ao centro dessa sapata.

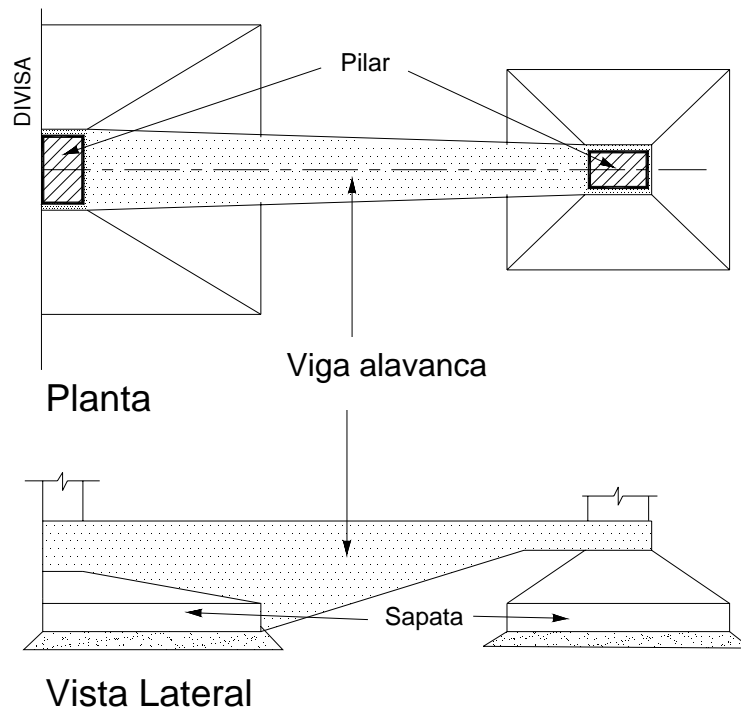
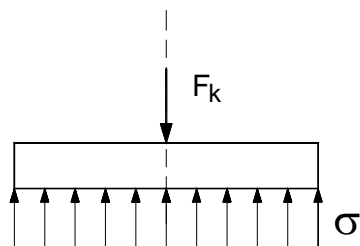


Figura 2.5: Sapata com viga de equilíbrio

2.3 Quanto à solicitação

Sapatas sob carga centrada:

Ocorre quando a carga vertical do pilar passa pelo centro de gravidade da sapata. Neste caso, admite-se uma distribuição uniforme e constante das tensões do solo na base da sapata, igual à razão entre a carga vertical e a área da sapata (em planta).



$$\sigma = \frac{F_k}{A}$$

onde

F_k é a ação vertical na sapata

A é a área da base da sapata

Figura 2.6: Sapata sob carga centrada

Sapatas sob carga excêntrica:

Em muitas situações práticas, as cargas verticais dos pilares são aplicadas excentricamente em relação ao centro de gravidade da sapata, gerando momentos nas fundações. Com a obrigatoriedade da consideração das ações do vento, normalmente os pilares transmitem momentos em uma ou nas duas direções principais, gerando na base da sapata solicitações de flexão normal composta ou de flexão oblíqua composta.

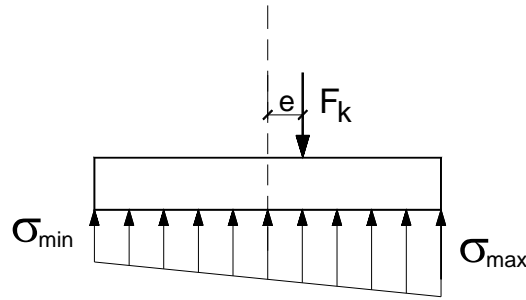


Figura 2.7: Sapata sob carga excêntrica

O valor da tensão máxima do diagrama é obtido a partir das expressões clássicas da Resistência dos Materiais para a flexão composta (ação excêntrica). A distribuição de tensões depende do ponto de aplicação da força vertical em relação a uma região específica da seção, denominada núcleo central. Para forças verticais localizadas em qualquer posição pertencente ao núcleo central, as tensões na sapata serão somente de compressão.

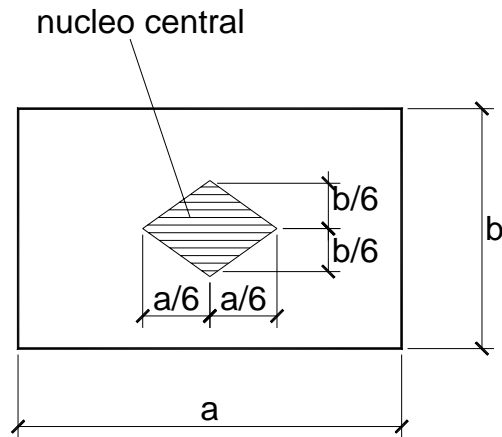


Figura 2.8: Núcleo central em sapatas de base retangular

Para forças verticais aplicadas dentro do núcleo central: $e \leq \frac{a}{6}$

Para excentricidade da força vertical em apenas uma direção, calculam-se o valor máximo e mínimo do diagrama de tensões na sapata a partir da expressão da Resistência dos Materiais referente à flexão normal composta:

$$\sigma_{\max} = \frac{F}{A} + \frac{M}{W} \qquad \sigma_{\min} = \frac{F}{A} - \frac{M}{W}$$

onde

F é a força vertical na sapata;

A é a área da sapata em planta;

$M = F \cdot e$

e é a excentricidade da força vertical F em relação ao CG da sapata;

W é o módulo de resistência elástico da base da sapata, igual a:

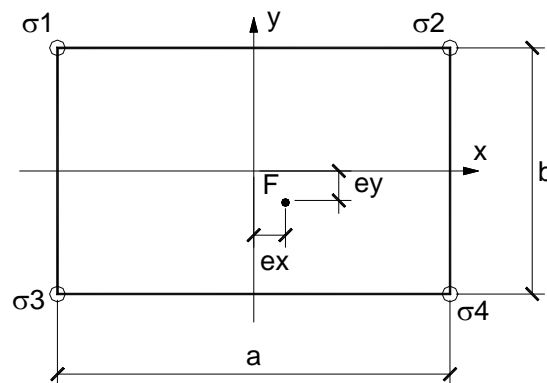
$$W = \frac{b \times a^2}{6}$$

a é a dimensão da sapata (em planta) na direção analisada;

b é a dimensão (largura) na direção perpendicular à analisada;

Para excentricidades de carga nas duas direções ortogonais, valem as expressões da flexão oblíqua composta, se a carga vertical situar-se no núcleo central, ou seja, se:

$$e_x \leq \frac{a}{6} \quad \text{e} \quad e_y \leq \frac{b}{6}$$



$$M_x = F \cdot e_y$$

$$M_y = F \cdot e_x$$

$$W_x = \frac{a \cdot b^2}{6}$$

$$W_y = \frac{a^2 \cdot b}{6}$$

Figura 2.9: Sapata sob carga excêntrica nas duas direções

De acordo com as excentricidades apresentadas na figura 2.9, a tensão máxima na sapata ocorre no ponto 4:

$$\sigma_{\text{máx}} = \sigma_4 = \frac{F}{A} + \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y}$$

As tensões nos demais pontos devem ser também calculadas, especialmente para a avaliar se ocorrerá a inversão das tensões (tensões de tração):

$$\sigma_{\text{min}} = \sigma_1 = \frac{F}{A} - \frac{M_x}{W_x} - \frac{M_y}{W_y}$$

$$\sigma_2 = \frac{F}{A} - \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y}$$

$$\sigma_3 = \frac{F}{A} + \frac{M_x}{W_x} - \frac{M_y}{W_y}$$

Para forças verticais aplicadas fora do núcleo central:

Quando a carga excêntrica estiver aplicada fora do núcleo central, apenas parte da sapata estará comprimida, não se admitindo tensões de tração no contato sapata – solo. A área da sapata que é efetivamente comprimida deve ser calculada com as equações gerais de equilíbrio entre as ações verticais e as reações do solo sobre a sapata.

O problema de dupla e grande excentricidade em sapatas pode ser resolvido com a utilização de ábacos, como os apresentados em MONTROYA et al. (1973).

JOPPERT JÚNIOR (2007) lembra que a norma brasileira de fundações – a NBR 6122:1996 – limita a tensão mínima ao valor 0 (ou seja, não deve haver inversão das tensões de compressão).

3. CRITÉRIOS DE DIMENSIONAMENTO DAS SAPATAS

3.1 Determinação das dimensões em planta

As dimensões em planta das sapatas são definidas basicamente em função da tensão admissível do solo, embora também dependam de outros fatores, como a interferência com as fundações mais próximas.

Na grande maioria dos casos as sapatas estão submetidas a cargas excêntricas, especialmente em virtude das ações do vento. Logo, as dimensões em planta devem ser tais que as tensões de compressão máximas no solo - calculadas com as expressões da flexão composta reta ou oblíqua - não superem a tensão admissível do mesmo.

3.1.1 Sapatas Isoladas

Quanto à locação em planta, dois requisitos devem ser atendidos:

- i) O centro de gravidade da sapata deve coincidir com o centro de gravidade do pilar central;
- ii) Deve-se fazer uma estimativa da área da base, supondo a sapata submetida à carga centrada (sem momentos):

$$A = \frac{\alpha \cdot N_k}{\sigma_{\text{solo,adm}}}$$

onde

N_k é a força normal nominal do pilar;

$\sigma_{\text{solo,adm}}$ é a tensão admissível do solo;

α é um coeficiente que leva em conta o peso próprio da sapata. Pode-se assumir para esse coeficiente um valor de 1,05 nas sapatas flexíveis e 1,10 nas sapatas rígidas.

As dimensões a e b devem ser escolhidas, sempre que possível, de tal forma a resultar em um dimensionamento econômico. A condição econômica nesse caso ocorre quando os balanços livres (distância em planta da face do pilar à extremidade da sapata) forem iguais nas duas direções. Esta condição conduz a taxas de armadura de flexão da sapata aproximadamente iguais nas duas direções ortogonais.

Pela figura 3.1, tem-se que:

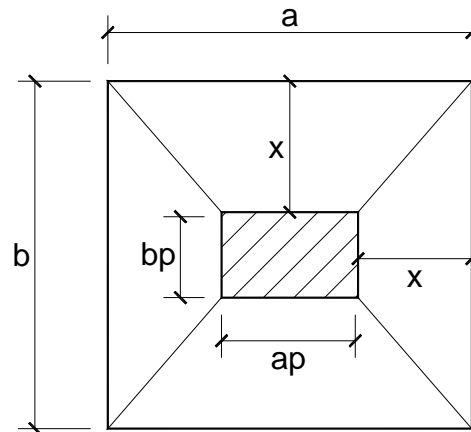


Figura 3.1: Sapata isolada – dimensões em planta

$$\left. \begin{array}{l} a = a_p + 2x \\ b = b_p + 2x \end{array} \right\} \Rightarrow a - b = a_p - b_p$$

Isolando a dimensão b:

$$b = a - (a_p - b_p)$$

Calculando a área A:

$$A = a \cdot b = a[a - (a_p - b_p)]$$

Manipulando os termos, chega-se a uma equação de 2º grau, tendo como variável a dimensão a:

$$a^2 - a(a_p - b_p) - A = 0$$

Tomando somente as raízes positivas:

$$a = \frac{a_p - b_p}{2} + \sqrt{\frac{(a_p - b_p)^2}{4} + A}$$

$$b = \frac{A}{a}$$

Evidentemente, as dimensões a e b necessárias serão maiores que as calculadas pelas duas últimas equações, pois ainda existem as parcelas de tensões decorrentes dos momentos fletores. Assim, devem ser escolhidas dimensões a e b de tal modo que a tensão máxima (calculada com as expressões da flexão composta) não ultrapasse a tensão admissível do solo.

Podem existir situações em que não seja possível aplicar o critério dos balanços iguais, como por exemplo quando as dimensões obtidas a e b gerarem interferência com as fundações vizinhas. O que importa é escolher dimensões a e b da sapata de modo a respeitar a tensão admissível do solo.

3.1.2 Sapatas Associadas

Nas sapatas associadas, normalmente se faz coincidir o centro de gravidade da sapata com o centro das cargas verticais dos pilares. Supondo, por exemplo, que a sapata associada receba a ação de dois pilares, a posição do centro das cargas seria calculada por (vide figura 3.2):

$$y_{CG} = \left(\frac{N_2}{N_1 + N_2} \right) s$$

onde

N_1 e N_2 são as forças normais (nominais) dos pilares
 s é a distância entre centróides dos pilares

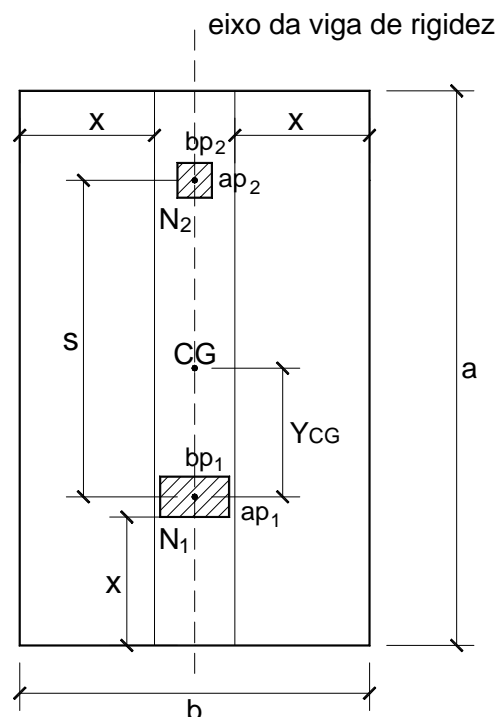


Figura 3.2: Sapata associada – Dimensões em planta

A área da sapata pode ser estimada supondo momentos dos pilares nulos:

$$A = \frac{1,1(N_1 + N_2)}{\sigma_{solo,adm}}$$

onde o fator 1,1 leva em conta o peso próprio da sapata e da viga de rigidez.

Em relação as dimensões em planta a e b , torna-se mais difícil a fixação de um critério econômico. Uma opção seria tentar obter três balanços iguais, conforme a figura 3.2, deixando o quarto balanço menor que os outros três. Outra opção seria calcular as larguras que se obteriam com o critério econômico considerando uma sapata isolada para cada pilar. Em seguida, adotar como largura da sapata associada um valor compreendido entre as larguras das sapatas isoladas “fictícias”.

Como em geral os pilares transferem momentos fletores para as sapatas, as dimensões encontradas para a e b devem ser aumentadas, a fim de levar em conta o acréscimo de tensões produzidas pelos momentos dos pilares.

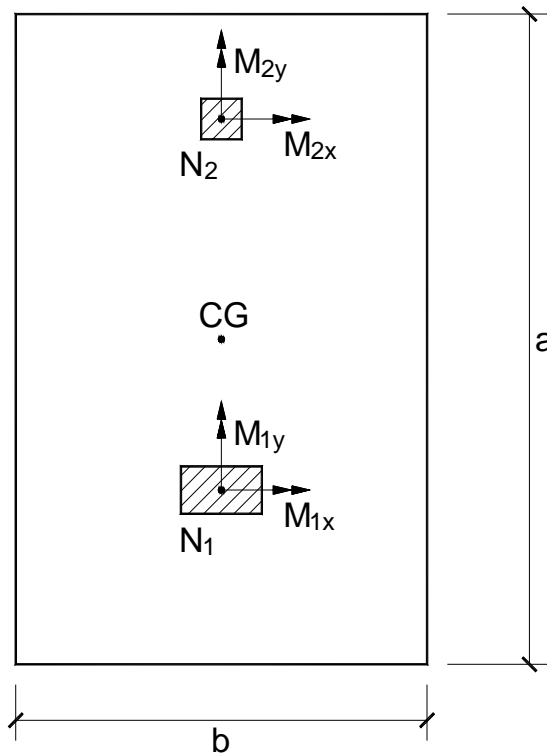


Figura 3.3: Sapata associada – ações atuantes

$$\sigma_{\max} = \frac{\sum F_v}{A} + \frac{\sum M_x}{W_x} + \frac{\sum M_y}{W_y} \leq \sigma_{\text{solo,adm}}$$

$$\sigma_{\min} = \frac{\sum F_v}{A} - \frac{\sum M_x}{W_x} - \frac{\sum M_y}{W_y} \geq 0$$

Válidas se:

$$e_x = \frac{\sum M_y}{\sum F_v} \leq \frac{b}{6} \quad \text{e} \quad e_y = \frac{\sum M_x}{\sum F_v} \leq \frac{a}{6}$$

onde

$\sum F_v$ é a soma das cargas verticais da sapata. No caso específico da figura 3.2 e 3.3, pode-se estimá-la por $1,1(N_1 + N_2)$;

$\sum M_x$ é a soma (vetorial) dos momentos de todos os pilares em torno do eixo x. No caso específico da figura 3.2 e 3.3: $\sum M_x = M_{1x} + M_{2x}$;

$\sum M_y$ é a soma (vetorial) dos momentos de todos os pilares em torno do eixo y. No caso específico da figura 3.2 e 3.3: $\sum M_y = M_{1y} + M_{2y}$;

W_x e W_y são os módulos de resistência à flexão em torno do eixo x e y, respectivamente. No caso específico da figura 3.2 e 3.3 : $W_x = \frac{a^3 b}{6}$ $W_y = \frac{b^3 a}{6}$

3.1.3 Sapatas de Divisa

Nas sapatas de divisa, o centro de gravidade do pilar não coincide com o centro de gravidade da sapata, ou seja, a sapata de divisa é excêntrica em relação ao pilar (figura 3.4).

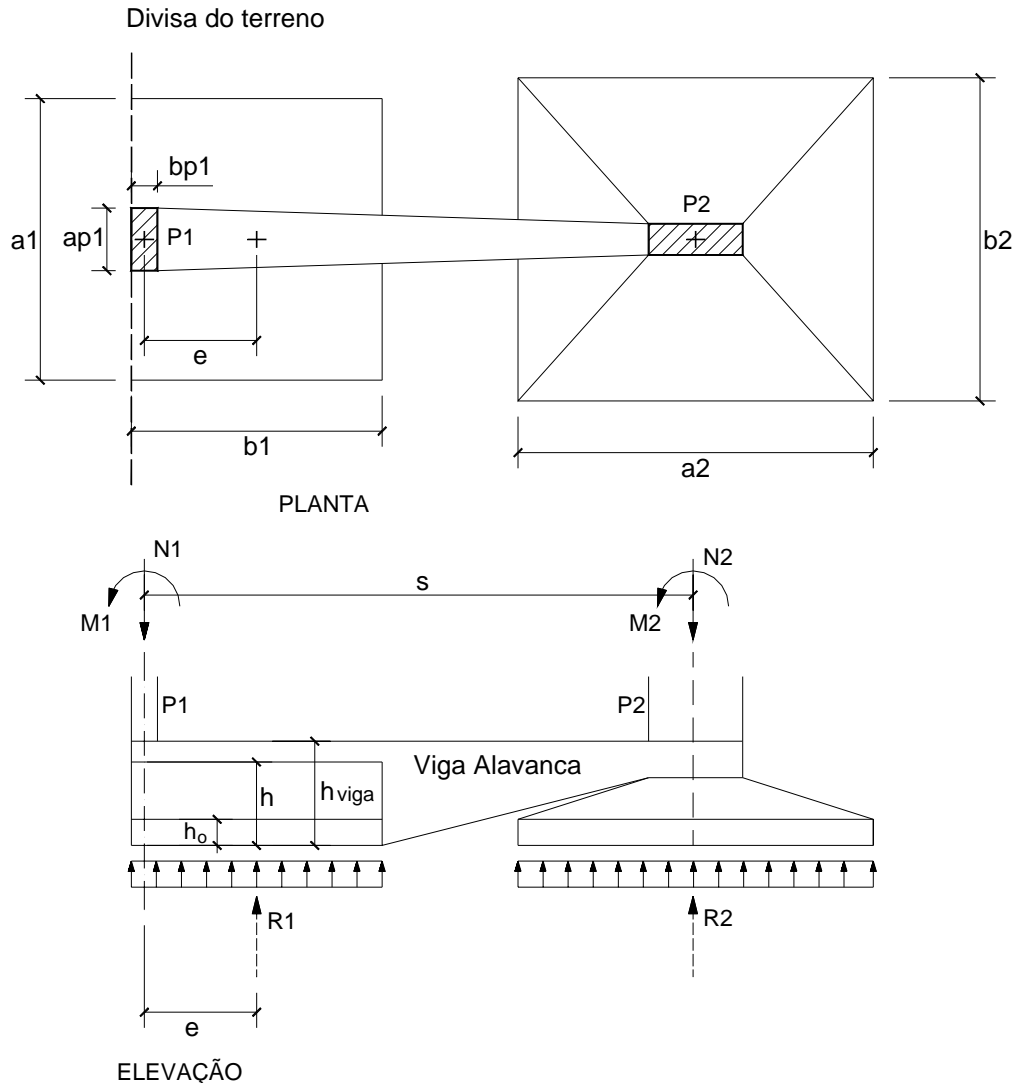


Figura 3.4: Sapata de divisa – dimensões em planta e esquema estático

Fazendo-se o somatório de momentos em relação ao ponto de aplicação da carga N_2 (figura 3.3), tem-se que:

$$R_1 = \left(\frac{N_1 \cdot s + M_1 + M_2}{s - e} \right)$$

onde

N_1 é a força normal do pilar P1;

M_1 e M_2 são os momentos fletores dos pilares P1 e P2 junto à sapata;

e é a excentricidade entre o centróide da base da sapata e o centróide do pilar P1;

s é a distância entre os eixos dos pilares.

A reação vertical R_1 é aplicada centrada, ou seja, no centro de gravidade da sapata. Em função da pressão admissível do solo, calcula-se a área da base da sapata:

$$A = 1,1 \cdot \frac{R_1}{\sigma_{\text{solo,adm}}}$$

Entretanto, a excentricidade depende do valor de b_1 , que é uma das dimensões procuradas:

$$e = \frac{b_1}{2} - \frac{b_{p1}}{2}$$

Nas sapatas de divisa, usualmente se escolhe uma relação a/b em torno de 1,5 à 2,5. Escolhida a relação entre as dimensões em planta da sapata, obtém-se a e b a partir da expressão da área A e da reação vertical R_1 . Em geral, o problema resulta em encontrar a raiz de um polinômio de 3º grau (em a ou em b) – procedimento bastante simples atualmente com as facilidades das calculadoras ou planilhas eletrônicas em computador. Outra opção para a resolução do problema é empregar um processo iterativo, atribuindo-se um valor inicial para R_1 . Um “bom chute” inicial sugerido no meio técnico é fazer a reação vertical R_1 igual a:

$$R_1 = 1,2 \cdot N_1$$

e determinar a área A necessária e as dimensões a e b . Por fim, recalcula-se a excentricidade e e a reação vertical R_1 . Se esses valores estiverem suficientemente próximos aos da iteração anterior, considera-se o ciclo como encerrado.

3.2 Determinação da altura da sapata

Essencialmente são três os condicionantes que definem a altura da sapata:

a) Rigidez da sapata: Na maioria dos casos, as sapatas são projetadas como rígidas, a menos que uma baixa resistência do solo torne mais indicada uma sapata flexível.

Para sapatas flexíveis:
$$h \leq \frac{(a - a_p)}{3}$$

Para sapatas rígidas:
$$h \geq \frac{(a - a_p)}{3}$$

onde a é a dimensão da base da sapata e a_p é a dimensão da seção do pilar na direção analisada.

b) Comprimento de ancoragem necessário às barras longitudinais do pilar: É necessário que a sapata tenha altura suficiente para que as forças nas armaduras do pilar sejam transferidas ao concreto da fundação (ancoragem), incluindo um cobrimento mínimo para a proteção das armaduras:

$$h > l_b + c$$

onde l_b é o comprimento de ancoragem das barras do pilar e c é o cobrimento

A tabela 3.1 apresenta os comprimentos de ancoragem em função do diâmetro, para diferentes classes de concreto, aplicáveis a barras nervuradas, aço CA-50 e em zonas de boa aderência (ângulo das armaduras do pilar à 90 graus em relação à horizontal). Os valores da tabela 3.1 foram obtidos com as expressões apresentadas na NBR 6118:2003.

Tabela 3.1: Comprimento de ancoragem em função do diâmetro – NBR 6118:2003

Concreto	Sem gancho	Com gancho
C15	53ϕ	37ϕ
C20	44ϕ	31ϕ
C25	38ϕ	26ϕ
C30	33ϕ	23ϕ
C35	30ϕ	21ϕ
C40	28ϕ	19ϕ
C45	25ϕ	18ϕ
C50	24ϕ	17ϕ

c) Verificação do cisalhamento por força cortante. É usual e desejável evitar a colocação de armadura transversal para força cortante em sapatas, assim como em lajes em geral. Em muitas situações, no entanto, a altura adotada para a sapata baseada nos condicionantes 1 e 2 não é suficiente para se dispensar essa armadura. Dessa forma, em muitos casos, convém iniciar o dimensionamento estrutural com a verificação da dispensa de armadura transversal para força cortante, antes do cálculo das armaduras longitudinais para momento fletor.

3.3 Dimensionamento das armaduras longitudinais

Para calcular as armaduras longitudinais da sapata, define-se, em cada direção ortogonal, uma seção de referência $S1$ entre as faces do pilar, conforme a figura 3.5:

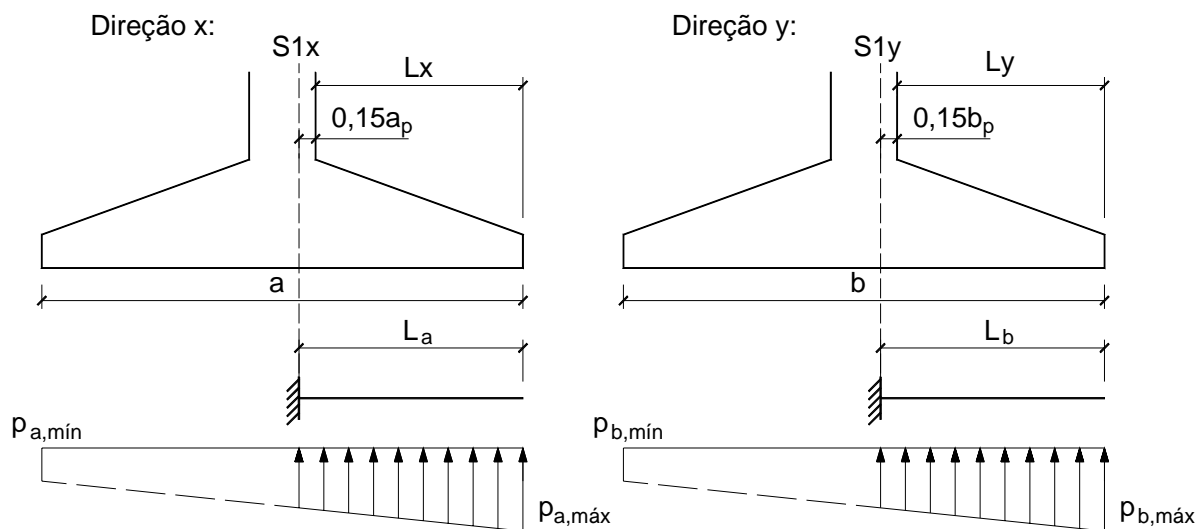
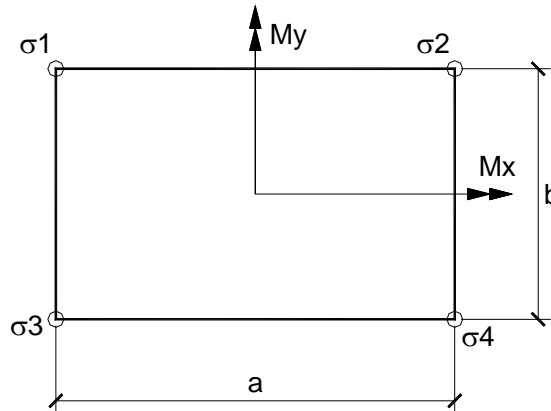


Figura 3.5: Seções para o cálculo das armaduras longitudinais de flexão

Direção x:

$$L_a = L_x + 0,15a_p = \frac{(a - a_p)}{2} + 0,15a_p$$

$$p_{a,máx} = \sigma_{solo,máx} \cdot b$$

$$p_{a,mín} = \sigma_{solo,mín} \cdot b$$

$$\sigma_{solo,máx} = \left(\frac{\sigma_2 + \sigma_4}{2} \right)$$

$$\sigma_{solo,mín} = \left(\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \right)$$

Direção y:

$$L_b = L_y + 0,15b_p = \frac{(b - b_p)}{2} + 0,15b_p$$

$$p_{b,máx} = \sigma_{solo,máx} \cdot a$$

$$p_{b,mín} = \sigma_{solo,mín} \cdot a$$

$$\sigma_{solo,máx} = \left(\frac{\sigma_3 + \sigma_4}{2} \right)$$

$$\sigma_{solo,mín} = \left(\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \right)$$

De acordo com a figura 3.5, o problema recai em determinar os momentos solicitantes em balanços de vãos iguais ao balanço livre acrescido de 0,15 vezes a dimensão do pilar na direção analisada. Ou seja, os momentos solicitantes nos engastes (M_{Sda} e M_{Sdb}) fornecem os momentos para o cálculo das armaduras da sapata.

De posse dos momentos solicitantes, as armaduras longitudinais da sapata podem ser calculadas utilizando-se as tabelas clássicas da flexão simples ou ainda por expressões simplificadas, conforme a seguir:

Direção x: $A_{sa} = \frac{M_{Sda}}{0,8 \cdot d \cdot f_{yd}}$

Direção y: $A_{sb} = \frac{M_{Sdb}}{0,8 \cdot d \cdot f_{yd}}$

onde

d é a altura útil na direção analisada.

Os valores calculados devem ser ainda comparados com os valores de armadura mínima recomendados para as lajes, conforme o item 19.3.3.2 da NBR 6118:2003. Apesar da norma fazer distinção entre armaduras positivas e negativas, e de lajes armadas em uma ou duas direções, pode-se admitir, para todos esses casos, uma taxa de armadura mínima igual a 0,15% (em relação a área bruta).

As barras longitudinais não devem ter diâmetros superiores 1/8 da espessura da laje (sapata). O espaçamento máximo entre elas não deve ser superior a 20cm nem 2h, prevalecendo o menores desses dois valores.

3.4 Dimensionamento ao cisalhamento (sapatas rígidas)

3.4.1 Verificação da ruptura por compressão diagonal

A verificação da ruptura por compressão diagonal se faz na ligação sapata-pilar, na região correspondente ao perímetro do pilar (contorno C):

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd2}$$

onde

τ_{Sd} é a tensão solicitante (contorno C)

τ_{Rd2} é a resistência à compressão diagonal da sapata (contorno C)

A tensão solicitante τ_{Sd} é calculada por:

$$\tau_{Sd} = \frac{F_{Sd}}{u \cdot d}$$

onde

F_{Sd} é a reação vertical de cálculo (aplicada pelo solo à sapata);
 u é o perímetro do contorno C, igual ao perímetro da seção do pilar;
 d é a altura útil média.

A tensão resistente τ_{Rd2} é calculada por:

$$\tau_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_v \cdot f_{cd}$$

onde

α_v é um adimensional determinado por:

$$\alpha_v = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \quad \text{com } f_{ck} \text{ em MPa}$$

3.4.2 Dispensa de armaduras transversais para força cortante

Armaduras transversais para resistir à força cortante raramente são utilizadas nas sapatas, assim como no caso de lajes em geral. Portanto, as sapatas são dimensionadas de tal modo que os esforços cortantes sejam resistidos apenas pelo concreto, dispensando a armadura transversal.

Usualmente, a verificação da força cortante é feita numa seção de referência S_2 , conforme ilustra a figura 3.6:

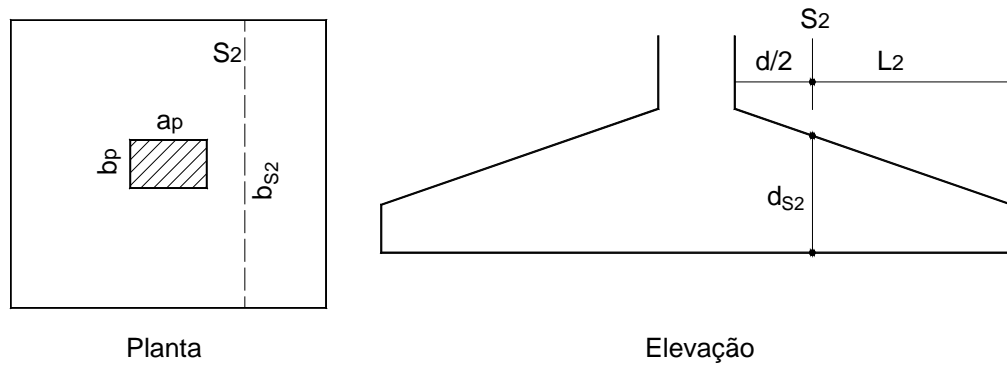


Figura 3.6: Seção para a verificação da força cortante

Na figura 3.6:

d é a altura útil média da sapata (junto à face do pilar);

d_{S2} é a altura útil média da sapata na seção S_2 na direção analisada;

b_{S2} é a largura da seção S_2 na direção analisada;

L_2 é o vão do balanço onde atuam as cargas distribuídas associada às pressões do solo sobre a sapata.

Para dispensar a armadura transversal, a força cortante solicitante de cálculo V_{Sd} na seção S_2 não deve superar uma determinada força resistente ao cisalhamento V_{Rd1} , conforme definido no item 19.4 da NBR 6118:2003:

$$V_{Rd1} = \tau_{Rd} \cdot k \cdot (1,2 + 40\rho_1) \cdot b_{S2} \cdot d_{S2}$$

onde

$$\tau_{Rd} = 0,0375 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad \text{com } f_{ck} \text{ em MPa}$$

$$k = |1,6 - d_{S2}| \geq 1,0 \quad \text{com } d_{S2} \text{ em metros}$$

$$\rho_1 = \frac{A_s}{b_{S2} d_{S2}} \leq 0,02$$

A_s é a área de armadura longitudinal de flexão na direção analisada

3.6 Verificação das tensões de aderência

Em ensaios realizados por pesquisadores, verificou-se que um dos tipos possíveis de ruína nas sapatas é o deslizamento excessivo das armaduras longitudinais. Isso impede que as tensões de tração necessárias ao equilíbrio sejam mobilizadas integralmente. Portanto, recomenda-se a verificação das tensões de aderência nas sapatas.

Em sapatas flexíveis, a tensão de aderência nas barras da armadura inferior da sapata, junto à face do pilar (seção de referência S_1), é determinada por:

$$\tau_{bd} = \frac{V_{Sd,1}}{0,9 \cdot d \cdot (n \cdot \pi \phi)}$$

onde

$V_{Sd,1}$ é a força cortante solicitante de cálculo na seção S_1 ;

n é o número de barras longitudinais na direção analisada;
 ϕ é o diâmetro da barra.

Nas sapatas rígidas, pode-se obter a tensão de aderência solicitante com base no método das bielas, a partir da seguinte expressão:

$$\tau_{bd} = \frac{N_d}{2.d.(n.\pi\phi)} \times \frac{(a - a_p)}{a}$$

onde

N_d é a força normal de cálculo do pilar

A tensão de aderência solicitante não deve ultrapassar a resistência de aderência de cálculo f_{bd} , prescrita pela NBR 6118:2003:

$$f_{bd} = \eta_1 \eta_2 \eta_3 f_{ctd}$$

onde

f_{ctd} é a resistência à tração de cálculo do concreto, igual a $0,15.f_{ck}^{2/3}$ (MPa)

η_1 é igual a 2,25 p/ barras nervuradas, 1,4 p/ barras dentadas e 1,0 p/ barras lisas;

η_2 é igual a 1,0 p/ situações de boa aderência e 0,7 p/ situações de má aderência;

η_3 é igual a 1,0 p/ $\phi_b < 32\text{mm}$ e igual a $\frac{132 - \phi_b}{100}$ p/ $\phi_b > 32\text{mm}$, com ϕ_b em mm;

4. EXEMPLOS

Exemplo 1: Sapata Isolada

Neste exemplo, deseja-se projetar uma sapata isolada rígida para um pilar de seção retangular 25cm x 40cm, cujas armaduras e esforços solicitantes junto à fundação já foram determinados previamente.

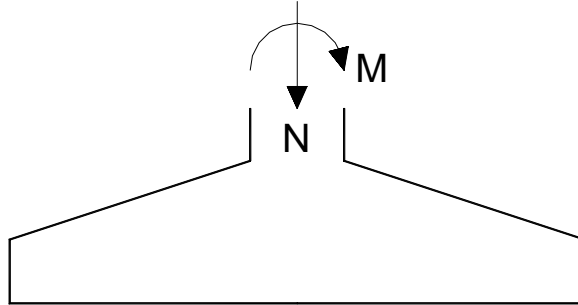


Figura 4.1: Sapata isolada com carregamento centrado

Dados para o projeto estrutural da sapata:

Esforços solicitantes no pilar junto à fundação:

Esforços nominais	Esforços do ELU (combinação mais crítica)
$N_K = 920 \text{ kN}$	$N_{Sd} = 1288 \text{ kN}$
$M_K = 74,0 \text{ kN.m}$	$M_{Sd} = 100,0 \text{ kN.m}$
(em torno do eixo de maior inércia)	(em torno do eixo de maior inércia)

Armaduras longitudinais do pilar: $A_{s,pilar} = 10\phi 12,5$

Tensão admissível do solo: $\sigma_{solo,adm} = 200 \text{ kN/m}^2$

Concreto da sapata: C20

Aço das armaduras da sapata: CA-50

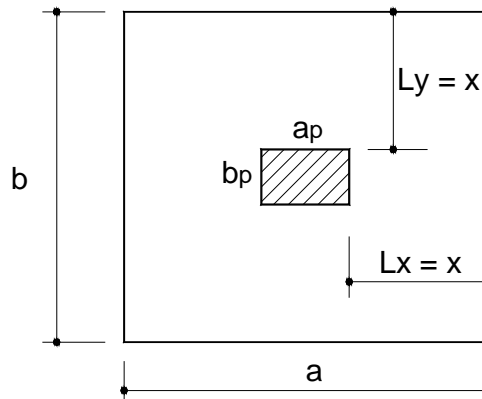
Cobrimento das armaduras da sapata: 4,5 cm

Determinação das dimensões da sapata em planta:

Será adotado um acréscimo de 10% sobre a ação vertical atuante, para levar em conta o peso próprio da sapata. Com base na pressão admissível do solo, pode-se fazer uma estimativa da área da sapata supondo a mesma sob carga centrada:

$$A = \frac{1,10 \times N_K}{\sigma_{solo,adm}} = \frac{1,05 \times 920}{200} = 5,06 \quad \text{Portanto, } A = 5,06 \text{ m}^2.$$

Sempre que for possível, opta-se pelo critério de dimensionamento econômico. Para tal, consideram-se iguais os balanços nas duas direções ortogonais, propiciando áreas de armaduras aproximadamente iguais nessas direções (figura 4.2).

**Figura 4.2:** Dimensões da sapata em planta

$L_x = L_y = x$ (balanços iguais)

$$a = \frac{(a_p - b_p)}{2} + \sqrt{\frac{(a_p - b_p)^2}{4} + A} = \frac{(0,40 - 0,25)}{2} + \sqrt{\frac{(0,40 - 0,25)^2}{4} + 5,06}$$

$$a = 2,326\text{m}$$

$$b = \frac{A}{a} = \frac{5,06}{2,326} = 2,176\text{m}$$

Entretanto, as dimensões da sapata devem ser um pouco maiores, a fim de levar em conta o efeito do momento fletor. Escolhendo dimensões múltiplas de 5cm, serão testadas as seguintes dimensões:

$$a = 2,55\text{m} \quad e \quad b = 2,40\text{m} \quad \Rightarrow \quad A = 6,12 \text{ m}^2$$

Para verificar se a força normal se encontra dentro do núcleo central, basta verificar a excentricidade:

$$e = \frac{74}{920} = 0,084\text{m} < \frac{2,55}{6} = 0,425\text{m} \quad \Rightarrow \quad \text{não há tensões de tração na sapata}$$

O módulo de resistência à flexão é calculado por:

$$W = \frac{2,55^2 \times 2,40}{6} = 2,601\text{m}^3$$

A tensão máxima de compressão sobre a sapata é calculada por:

$$\sigma_{\text{máx}} = \frac{1,10 \times N_k}{A} + \frac{M_k}{W} = \frac{1,10 \times 920}{6,12} + \frac{74}{2,601} = 193,8\text{kN/m}^2 < 200\text{kN/m}^2$$

Portanto, a tensão admissível do solo está sendo respeitada.

Os balanços são determinados por geometria:

$$a = a_p + 2x$$

$$b = b_p + 2x$$

Substituindo valores, encontra-se $x = 1,075\text{m}$ (nas duas direções)

Determinação da altura da sapata

Para projetar a sapata como rígida, a mesma deve ter altura mínima de:

$$h \geq \frac{(a - a_p)}{3} = \frac{(2,55 - 0,40)}{3} = 0,717\text{m}$$

$$h \geq \frac{(a - a_p)}{3} = \frac{(2,40 - 0,25)}{3} = 0,717\text{m}$$

A altura da sapata deve ser suficiente para permitir a correta ancoragem da armadura longitudinal do pilar. O comprimento de ancoragem reto de barras comprimidas, em zona de boa aderência, para concreto C20 e aço CA 50A (vide tabela 3.2), vale:

$$l_b = 44\phi = 44 \times 1,25 = 55\text{ cm}$$

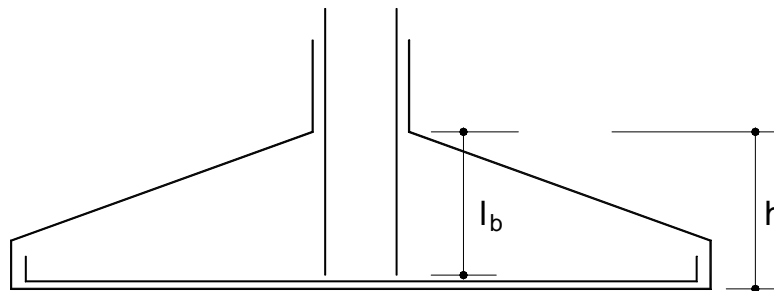


Figura 4.3: Ancoragem das armaduras de arranque do pilar

Portanto, a altura h da sapata deve assumir um valor que cubra os 55cm de comprimento de ancoragem das barras do pilar, além do cobrimento das armaduras do pilar e das armaduras da sapata.

$$h \geq 55 + 4,5 = 59,5\text{cm}$$

Das restrições do comprimento de ancoragem e da rigidez escolhida para a sapata:

$$h \geq 71,7\text{cm}$$

Será adotado inicialmente **$h = 75\text{cm}$** . Nos cálculos, será adotada uma altura útil média nas duas direções igual a **$d = 69\text{cm}$** . Para a altura da extremidade da sapata, será adotado **$h_0 = 25\text{cm}$**

Dimensionamento das armaduras na sapata

- Armaduras longitudinais:

i) Determinação dos momentos fletores nas seções de referência S_1 :

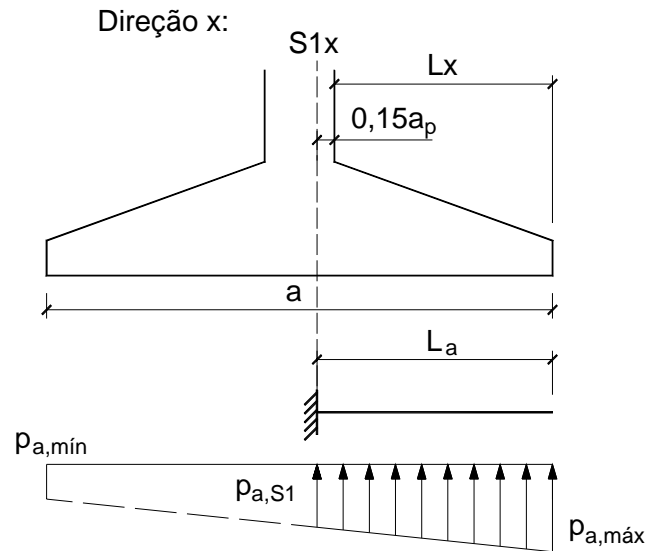


Figura 4.4: Seção de referência para cálculo do momento fletor

Segundo a direção x (paralela ao lado “a”):

$$L_a = L_x + 0,15 \cdot a_p = 1,075 + 0,15 \cdot 0,40 = 1,135 \text{ m}$$

$$\sigma_{\text{máx}} = \frac{1,10 \times N_{\text{Sd}}}{A} + \frac{M_{\text{Sd}}}{W} = \frac{1,10 \times 1288}{6,12} + \frac{100}{2,601} = 270,0 \text{ kN/m}^2$$

$$\sigma_{\text{mín}} = \frac{1,10 \times N_{\text{Sd}}}{A} - \frac{M_{\text{Sd}}}{W} = \frac{1,10 \times 1288}{6,12} - \frac{100}{2,601} = 193,1 \text{ kN/m}^2$$

$$p_{a,\text{máx}} = 270,0 \text{ kN/m}^2 \times 2,40 = 648 \text{ kN/m}$$

$$p_{a,\text{mín}} = 193,1 \text{ kN/m}^2 \times 2,40 = 463 \text{ kN/m}$$

Por geometria, encontra-se que

$$p_{a,S1} = 566 \text{ kN/m}$$

$$M_{\text{Sda}} = \frac{566 \times 1,135^2}{2} + \frac{(648 - 566)}{2} \times 1,135 \times \frac{2}{3} \times 1,135 = 399,80 \text{ kN.m}$$

Da mesma forma, segundo a direção paralela ao lado “b”:

$$L_b = L_y + 0,15 \cdot b_p = 1,075 + 0,15 \cdot 0,25 = 1,113 \text{ m}$$

$$\sigma_{\text{máx}} = \sigma_{\text{mín}} = \frac{270,0 + 193,1}{2} = 231,55 \text{ kN/m}^2$$

$$p_{a,\text{máx}} = p_{a,\text{mín}} = 231,55 \times 2,55 = 590 \text{ kN/m}$$

$$M_{\text{Sdb}} = \frac{590 \times 1,113^2}{2} = 365,44 \text{ kN.m}$$

ii) Determinação da área total das armaduras inferiores:

Será utilizada a expressão simplificada no cálculo armaduras longitudinais:

$$A_s = \frac{M_d}{0,8 \cdot d \cdot f_{yd}}$$

Na direção paralela ao lado “a” tem-se:

$$A_{sa} = \frac{39980}{0,8 \cdot 69 \cdot 43,5} = 16,65 \text{ cm}^2$$

$$A_{sa,min} = 0,0015 \times b_w \cdot h = 0,0015 \times 240 \times 75 = 27,00 \text{ cm}^2 > A_{s,a}$$

Será adotada, como base, a área da armadura mínima, pois seu valor excede ao da armadura calculada. Utilizando barras de 12,5mm de diâmetro:

$$22 \phi 12,5 \quad (A_{sef} = 26,99 \text{ cm}^2)$$

Avaliando o espaçamento entre as barras:

$$s = \frac{240 - 6 - 6}{22 - 1} = 10,86 \text{ cm}$$

O valor encontrado é menor que o espaçamento máximo permitido pela NBR 6118:

$$s_{m\acute{a}x} = \text{maior valor entre } \begin{cases} 20 \text{ cm} \\ 2h = 150 \text{ cm} \end{cases} \quad \text{portanto } s_{m\acute{a}x} = 20 \text{ cm (ok!)}$$

Na direção paralela ao lado “b” tem-se:

$$A_{s,b} = \frac{36540}{0,8 \cdot 69 \cdot 43,5} = 15,22 \text{ cm}^2$$

$$A_{s,b,min} = 0,0015 \times b_w \cdot h = 0,0015 \times 255 \times 75 = 28,69 \text{ cm}^2 > A_{s,b}$$

Portanto, prevalece a área da armadura mínima. Assim, utilizando barras de 12,5mm de diâmetro:

$$24 \phi 12,5 \quad (A_{sef} = 29,45 \text{ cm}^2)$$

Avaliando o espaçamento entre as barras:

$$s = \frac{255 - 6 - 6}{24 - 1} = 10,57 \text{ cm} < s_{m\acute{a}x} = 20 \text{ cm (ok!)}$$

Dimensionamento ao cisalhamento:

- Verificação da ruptura por compressão diagonal:

A tensão resistente é calculada por:

$$\tau_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_v \cdot f_{cd}$$

$$\alpha_v = 1 - \frac{f_{ck}}{250} = 1 - \frac{20}{250} = 0,92 \quad f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{20}{1,4} = 14,29 \text{ kN/cm}^2$$

$$\tau_{Rd2} = 0,27 \times 0,92 \times 14,29 = 3,55 \text{ kN/cm}^2$$

A tensão solicitante é obtida a partir de:

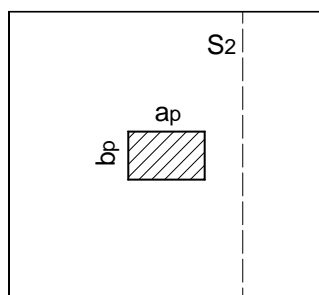
$$\tau_{Sd} = \frac{F_{sd}}{u \times d} \quad \text{com } F_{sd} = 1,1 \times 1288 = 1417 \text{ kN} \quad u = 2 \times (25 + 40) = 130 \text{ cm}$$

$$\tau_{Sd} = \frac{1417}{130 \times 69} = 0,158 \text{ kN/cm}^2$$

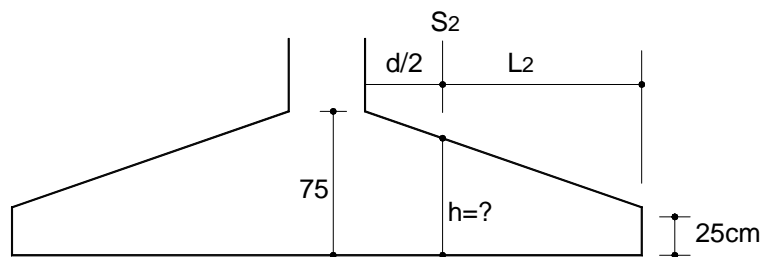
Como $\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd2} \Rightarrow (\text{ok!})$

- Armadura transversal (Força cortante):

A verificação do esforço cortante é feita numa seção de referência S_2 , distante $d/2$ da face do pilar.



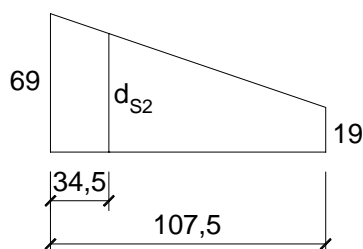
Planta



Elevação

i) Direção paralela à maior dimensão “a”:

Por semelhança de triângulos, calcula-se a altura útil média na seção de referência S_2 :



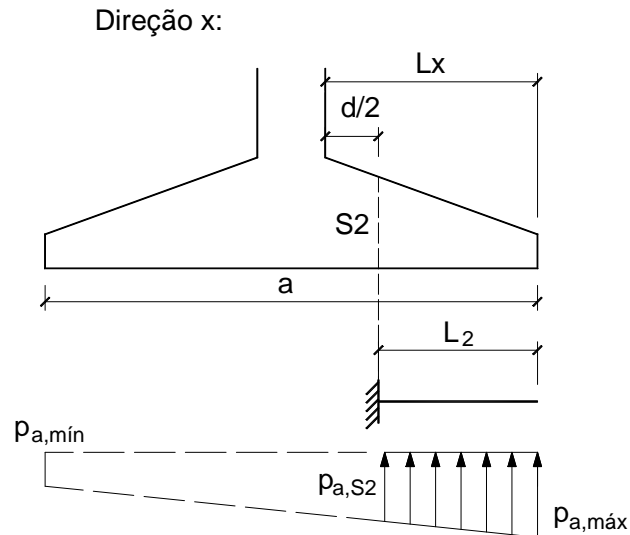
$$\frac{69 - 19}{107,5} = \frac{d_{S2} - 19}{107,5 - 34,5}$$

Resolvendo a equação, obtém-se

$$d_{S2} = 52,95 \text{ cm}$$

$$L_2 = \frac{a - a_p}{2} - \frac{d}{2} = 1,075 - 0,345 = 0,73 \text{ m}$$

$$b_{s2} = 2,40\text{m}$$



$$p_{a,\text{máx}} = 648 \text{ kN/m}$$

$$p_{a,\min} = 463 \text{ kN/m}$$

$$p_{a,S2} = 595 \text{ kN/m} \quad (\text{por geometria})$$

$$V_{Sd} = \left(\frac{595 + 648}{2} \right) \times 0,73 = 453,70 \text{ kN}$$

A dispensa de armadura transversal para a força cortante é permitida, segundo a NBR 6118:2003, se a força cortante solicitante de cálculo V_{Sd} for menor que a resistência de projeto ao cisalhamento V_{Rd1} :

$$V_{Sd} \leq V_{Rd1} \quad \text{com} \quad V_{Rd1} = \tau_{Rd1} \cdot k \cdot (1,2 + 40\rho_1) \cdot b_{S2} \cdot d_{S2}$$

$$\tau_{Rd} = 0,0375 \cdot f_{ck}^{2/3} = 0,0375 \times (20)^{2/3} = 0,276 \text{ MPa}$$

$$k = |1,6 - d_{s_2}| = |1,6 - 0,5295| = 1,075$$

$$\rho_1 = \frac{A_s}{b_{s2} d_{s2}} = \frac{26,99}{240 \times 52,95} = 0,0199$$

Retornando ao cálculo da cortante resistente que dispensa a armadura transversal:

$$V_{Rd1} = 0,0276 \times 1,075 \times (1,2 + 40 \times 0,00199) \times 240 \times 52,95 =$$

$$V_{Rd1} = 484,49\text{kN} > V_{Sd} = 453,70\text{kN}(\text{ok!})$$

∴ Não há necessidade de armadura transversal para a força cortante

ii) Na direção paralela à menor dimensão “b”:

Realizando as verificações no eixo de menor dimensão

$$p_{a,m\acute{a}x} = p_{a,m\acute{i}n} = 590 \text{ kN/m}$$

$$V_{Sd} = 590 \times 0,73 = 430,70 \text{ kN}$$

$$d_{S2} = 52,95 \text{ cm}$$

$$b_{S2} = 255 \text{ cm}$$

$$\rho_1 = \frac{A_s}{b_{S2} d_{S2}} = \frac{29,45}{255 \times 52,95} = 0,0218$$

$$V_{Rd1} = 0,0276 \times 1,075 \times (1,2 + 40 \times 0,00218) \times 255 \times 52,95$$

$$V_{Rd1} = 515,7 \text{ N} > V_{Sd} = 430,70 \text{ kN (ok!)}$$

⇒ não há necessidade de armadura transversal para a força cortante.

- Verificação das tensões de aderência

Considera-se, para a verificação da aderência, a armadura paralela ao lado “a”, na seção S1 definida para o cálculo das armaduras longitudinais da sapata:

$$V_{Sd,1} = \left(\frac{648 + 566}{2} \right) \times 1,135 = 689 \text{ kN}$$

$$\tau_{bd} = \frac{V_{Sd,1}}{0,9 \cdot d \cdot (n \cdot \pi \phi)} = \frac{689}{0,9 \times 69 \times (22 \times \pi \times 1,25)} = 0,128 \text{ kN/cm}^2 = 1,28 \text{ MPa}$$

Conforme mencionado no item 3.6 deste texto, a tensão de aderência atuante não deve ultrapassar a resistência de aderência de cálculo f_{bd} , prescrita pela NBR 6118:2003:

$$f_{bd} = \eta_1 \eta_2 \eta_3 f_{ctd}$$

com

$$f_{ctd} = 0,15 \cdot f_{ck}^{2/3} \text{ (MPa)}$$

Neste caso, as barras longitudinais da sapata são nervuradas, com situação de boa aderência e diâmetro menor que 32mm. Logo:

$$\eta_1 = 2,25 \text{ (barras nervuradas)}$$

$$\eta_2 = 1,0 \text{ (situação de boa aderência)}$$

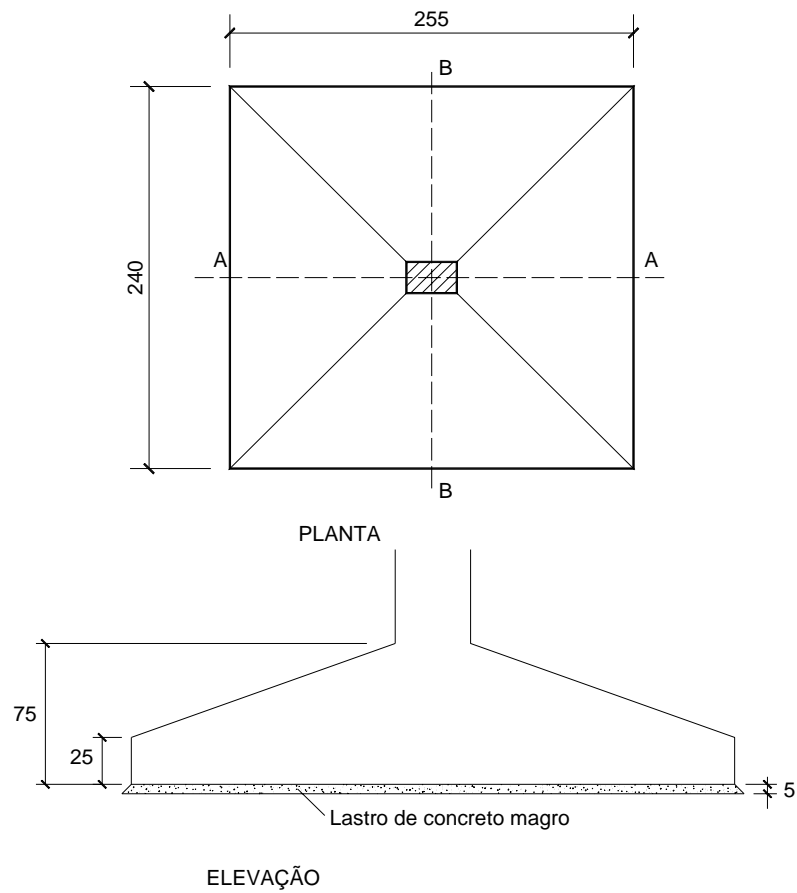
$$\eta_3 = 1,0 \text{ } (\phi_b < 32\text{mm});$$

Substituindo valores:

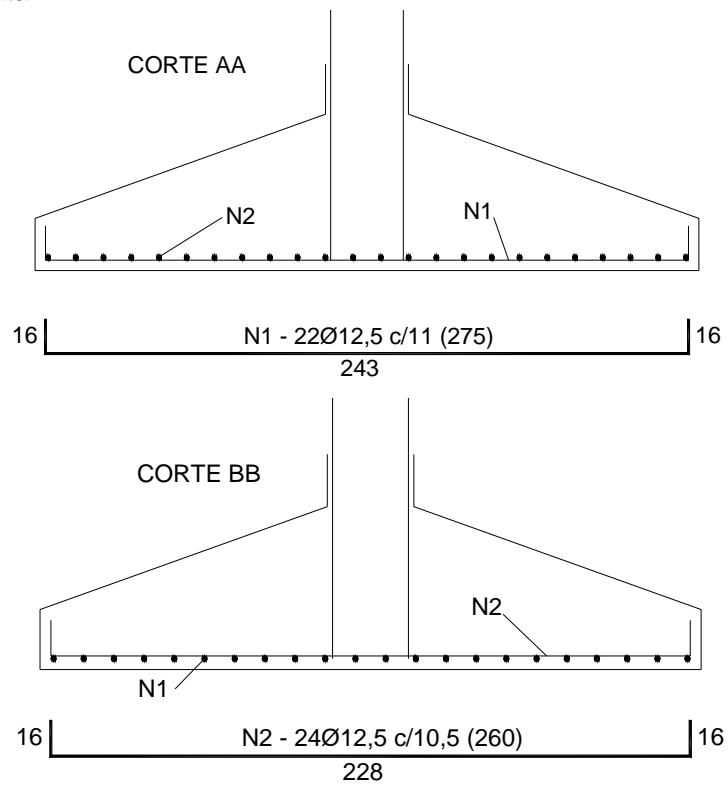
$$f_{bd} = 2,25 \times 1,0 \times 1,0 \times 0,15 \times (20)^{2/3} = 2,49 \text{ MPa} > \tau_{bd} = 1,28 \text{ MPa (ok!)}$$

DETALHAMENTO DA SAPATA – EXEMPLO 1

Dimensões gerais:



Armaduras da sapata:



Exemplo 2: Sapata Corrida

Dada a sapata corrida submetida a ação uniformemente distribuída de acordo com a figura 4.5, calcular e detalhar as armaduras de acordo com os dados abaixo.

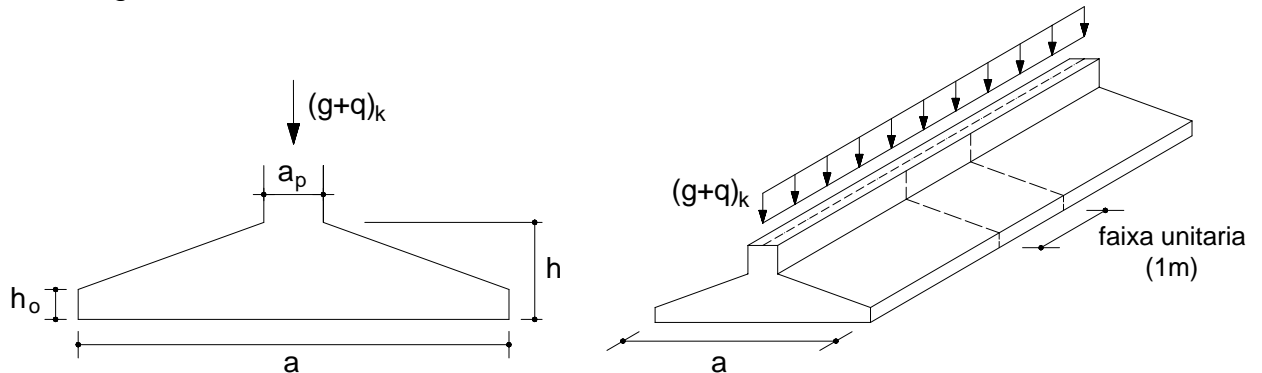


Figura 4.5: Sapata corrida sob carregamento uniformemente distribuído

Dados do projeto:

$\sigma_{\text{solo,adm}} = 100 \text{ kN/m}^2$;
 Concreto: C20
 Aço: CA-50
 Cobrimento: 4,0cm
 $(g + q)_k = 100 \text{ kN/m}$
 $a_o = 25 \text{ cm}$

Determinação das dimensões da sapata em planta:

Como a sapata é corrida, adota-se uma faixa de 1,0m para efetuar o dimensionamento, extrapolando-se os resultados para o comprimento total da sapata.

Para levar em conta o peso próprio da sapata, majora-se a ação atuante em 5%. Portanto, o carregamento total nominal é igual a:

$$(g + q)_{\text{total}} = 105 \text{ kN/m}$$

A área da base da sapata, na faixa de 1,0m, é dada por:

$$A = a \times 1 \text{ (m}^2\text{)}, \text{ onde "a" é a largura da sapata.}$$

Com base na pressão admissível do solo, calcula-se a largura necessária à sapata:

$$A = \frac{(g + q)_{\text{total}}}{\sigma_{\text{solo,adm}}} = \frac{105}{100} = 1,05 \text{ m}^2$$

$$a \times 1 = 1,05 \quad \quad \quad \mathbf{a = 1,05m}$$

A altura da sapata é determinada de acordo com a rigidez que se pretende impor a ela. Como o solo possui resistência relativamente baixa, (tensão admissível menor que 150 kN/m^2), é aconselhável adotar sapata flexível.

$$h \leq \frac{(a - a_0)}{3} \leq \frac{(1,05 - 0,25)}{3} = 0,267\text{m}$$

Portanto, a altura da sapata para que esta seja flexível deve ser no máximo de 26,7cm. Por outro lado, a altura h_0 na extremidade da base da sapata não deve ser menor que 15cm.

Analisando o intervalo em que se pode variar a altura da sapata na seção (entre 15cm e 26,7cm), pode ser conveniente adotar no projeto uma altura constante, pois a diferença entre h e h_0 não é grande. Logo será adotado:

$$h = h_0 = 25\text{cm}$$

Em função do cobrimento requerido, será adotada nos cálculos como altura útil média

$$d = 20\text{cm}$$

Dimensionamento das armaduras na sapata

- Armaduras longitudinais (Flexão):

i) Determinação dos momentos fletores nas seções de referência S_1 :

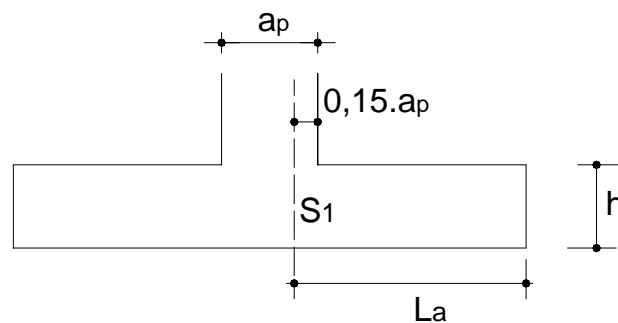
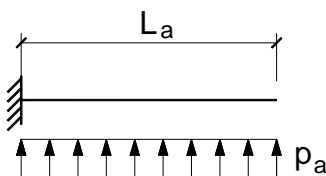


Figura 4.6: Seção de referência para cálculo do momento fletor

Segundo a direção paralela ao lado “a”:



$$L_a = \left(\frac{a - a_p}{2} \right) + 0,15 \cdot a_p = \left(\frac{1,05 - 0,25}{2} \right) + 0,15 \times 0,25 = 0,438\text{m}$$

Dentro da faixa de 1,0 m adotada, tem-se:

$$\sigma_{\text{solo}} = \frac{105 \times 1,0}{1,05 \times 1,0} = 100 \text{ kN/m}^2$$

$$q_a = \sigma_{\text{solo}} \times b = 100 \times 1,0 = 100 \text{ kN/m}$$

$$M_{ka} = \frac{q_a L_a^2}{2} = \frac{100 \times 0,438^2}{2} = 9,59 \text{ kN.m}$$

ii) Determinação da área total das armaduras inferiores:

Como a sapata é corrida, a relação entre a maior e a menor dimensão em planta assume valor superior à 2. Portanto, o caso é idêntico à das lajes armadas em uma direção.

Na direção paralela ao lado “a” tem-se:

$$M_{da} = 1,4 \times 959 = 1343 \text{ kN.cm}$$

Calcula-se a área longitudinal da armadura com a seguinte expressão simplificada:

$$A_s = \frac{M_d}{0,8 \cdot d \cdot f_{yd}}$$

$$A_{s,a} = \frac{1343}{0,8 \cdot 20 \cdot 43,5} = 1,93 \text{ cm}^2 \quad (\text{por metro})$$

A área mínima de armadura recomendada em lajes armadas em uma direção é igual a 0,15% de $b_w h$. Portanto:

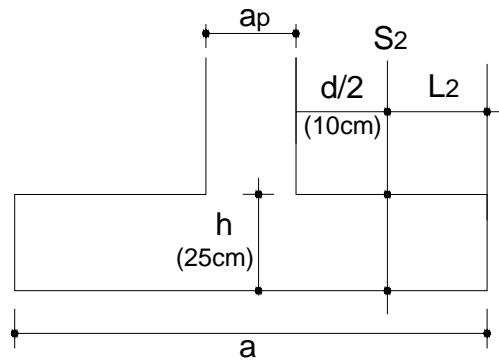
$$A_{s,a,\text{min}} = 0,0015 \times b_w h = 0,0015 \times 100 \times 25 = 3,75 \text{ cm}^2 \quad (\text{por metro}) > A_{s,a}$$

Portanto, neste caso prevalece a armadura mínima. Adotando-se barras de 8mm de diâmetro e um espaçamento de 13cm entre elas, chega-se a:

$$\phi 8 \text{ c/13cm} \quad (A_{\text{sef}} = 3,87 \text{ cm}^2/\text{m})$$

- Armadura transversal (Força cortante):

A verificação do esforço cortante é feita numa seção de referência S_2 , distante de $d/2$ da face do pilar.



$$L_2 = \frac{a - a_p}{2} - \frac{d}{2} = \frac{105 - 25}{2} - 10 = 30 \text{ cm}$$

Na faixa de 1,0 metro estipulada:

$$b_{S2} = 100 \text{ cm}$$

$$V_{Sd} = 1,4 \cdot \sigma_{\text{solo}} \cdot b_{S2} \cdot L_2 = 1,4 \times 100 \times 1,0 \times 0,30 = 42 \text{ kN}$$

A dispensa de armadura transversal para a força cortante é permitida, segundo a NBR 6118 (2003), se a tensão solicitante de cálculo τ_{Sd} for menor que a tensão resistente τ_{Rd1} :

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd1}$$

onde

$$\tau_{Sd} = \frac{V_{Sd}}{b_{S2} d_{S2}}$$

$$\tau_{Rd1} = \tau_{Rd} \cdot k \cdot (1,2 + 40 \rho_1)$$

$$\tau_{Rd} = 0,0375 \cdot f_{ck}^{2/3} \text{ com } f_{ck} \text{ em MPa}$$

$$k = |1,6 - d_{S2}| \geq 1,0 \text{ com } d_{S2} \text{ em metros}$$

$$\rho = \frac{A_s}{b_{S2} d_{S2}} \quad d_{S2} \text{ é a altura útil na seção a ser analisada.}$$

Substituindo valores:

$$\tau_{Sd} = \frac{42}{100 \times 20} = 0,0210 \text{ kN/cm}^2 = 0,210 \text{ MPa}$$

$$\tau_{Rd} = 0,0375 \times (20)^{2/3} = 0,276 \text{ MPa}$$

$$k = |1,6 - 0,20| = 1,40 > 1,0 \text{ (ok!)}$$

$$\rho_1 = \frac{3,87}{100 \times 20} = 0,0019$$

$$\tau_{Rd1} = 0,276 \times 1,40 \times (1,2 + 40 \times 0,0019) = 0,493 \text{ MPa} > \tau_{Sd} = 0,210 \text{ MPa (ok!)}$$

∴ Não há necessidade de armadura transversal para a força cortante.

- Armadura de distribuição (secundária)

Similarmente às lajes armadas em uma direção, deve-se dispor de uma armadura de distribuição (secundária) na direção na maior dimensão. A área dessa armadura deve ser tomada como o maior dos seguintes valores:

$$\frac{A_{s,dist}}{s} \geq \begin{cases} 0,2 \cdot \frac{A_s}{s} \\ 0,9 \text{ cm}^2 / \text{m} \\ 0,5 \cdot \frac{A_{s,min}}{s} \end{cases}$$

onde A_s e s referem-se, respectivamente, à área e ao espaçamento das barras longitudinais principais. Lembrando que a razão A_s/s indica a área de armadura por unidade de largura (1m), tem-se:

$$0,2 \cdot \frac{A_s}{s} = 0,2 \times 3,87 = 0,77 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

$$0,5 \cdot \frac{A_{s,min}}{s} = 0,5 \times 3,75 = 1,88 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Portanto, o maior dos três valores resulta em $1,88 \text{ cm}^2/\text{m}$. Adotando barras de 6,3mm:

$$\phi 6,3 \text{ c} / 16 \text{ cm} \quad (A_{sef} = 1,95 \text{ cm}^2/\text{m})$$

- Verificação das tensões de aderência

A tensão de aderência nas barras da armadura inferior da sapata, junto à face do pilar (seção de referência S_1), é determinada por:

$$\tau_{bd} = \frac{V_{Sd,1}}{0,9 \cdot d \cdot (n \cdot \pi \phi)}$$

onde

$V_{Sd,1}$ é a força cortante solicitante de cálculo na seção S_1 por unidade de largura;

n é o número de barras por unidade de largura;

ϕ é o diâmetro da barra.

Dentro da faixa de 1,0 metro adotada:

$$V_{Sd,1} = 1,4 \times q_a \times L_a$$

$$V_{Sd,1} = 1,4 \times 100 \times 0,438 = 61,32 \text{ kN}$$

$$\tau_{bd} = \frac{61,32}{0,9 \times 20 \times (7 \times \pi \times 0,8)} = 0,19 \text{ kN/cm}^2 = 1,90 \text{ MPa}$$

A tensão de aderência atuante não deve ultrapassar a resistência de aderência de cálculo f_{bd} , prescrita pela NBR 6118 (2003):

$$f_{bd} = \eta_1 \eta_2 \eta_3 f_{ctd}$$

onde

f_{ctd} é a resistência à tração de cálculo do concreto, igual a $0,15.f_{ck}^{2/3}$ (MPa)

Neste caso, as barras longitudinais são nervuradas ($\eta_1 = 2,25$), com situação de boa aderência ($\eta_2 = 1,0$) e diâmetro menor que 32mm ($\eta_3 = 1,0$). Substituindo valores:

$$f_{bd} = 2,25 \times 1,0 \times 1,0 \times 0,15 \times (20)^{2/3} = 2,49 \text{ MPa} > \tau_{bd} = 1,90 \text{ MPa (ok!)}$$

Detalhamento das armaduras da sapata – Exemplo 2

