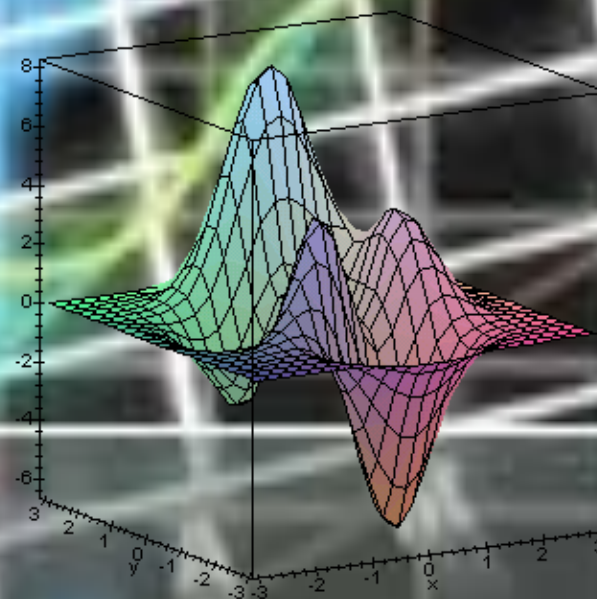
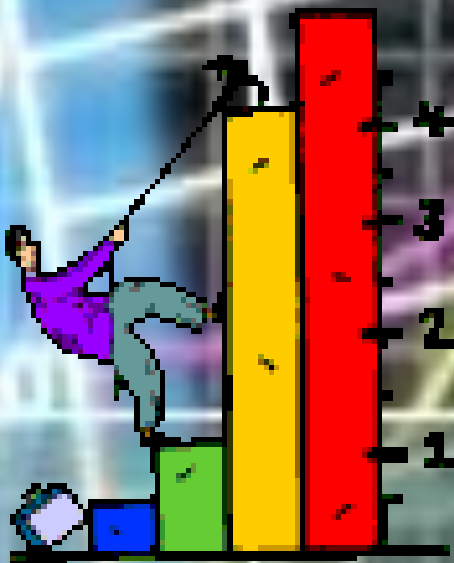


Estatística Experimental

Prof. Dr. Evandro Bona
ebona@utfpr.edu.br
paginapessoal.utfpr.edu.br/ebona



Bibliografia Recomendada

- Barros Neto, B.; Scarminio, I. S.; Bruns, R. E. **Como Fazer Experimentos**. 4^a ed., Porto Alegre: Bookman, 2010, 413p.
- Montgomery, D. C. **Design and Analysis of Experiments**. 7th ed., New York: Wiley, 2008, 656p.
- Box, G. E. P.; Hunter, J. S.; Hunter, W. G. **Statistics for Experimenters** . 2nd ed., New York: Wiley, 2005, 633p.
- Cornell, J. A. **Experiments with mixtures**. 3rd ed., New York: Wiley, 2002, 650p.

“Chamar o especialista em estatística depois que o experimento foi feito pode ser o mesmo que pedir a ele para fazer um exame post-mortem.

*Talvez ele consiga dizer **de que foi que o experimento morreu.**”*

(Fisher)

Limitações da Estatística:

1º) Toda a informação está contida nos dados.

A conclusão, *no máximo*, terá a qualidade dos dados que a geraram. Se os dados forem iniciados ou coletados inadequadamente, qualquer conclusão que deles advenham está comprometida.

"A estatística não serve para corrigir erros grosseiros ou técnica defeituosa"

2º) A Estatística apenas auxilia o pesquisador, mas não dispensa o espírito científico crítico e cético, nem o conhecimento profundo do processo em estudo.

Variáveis Independentes:

Fatores a serem estudados ou avaliados num processo
(que podem ser controladas)

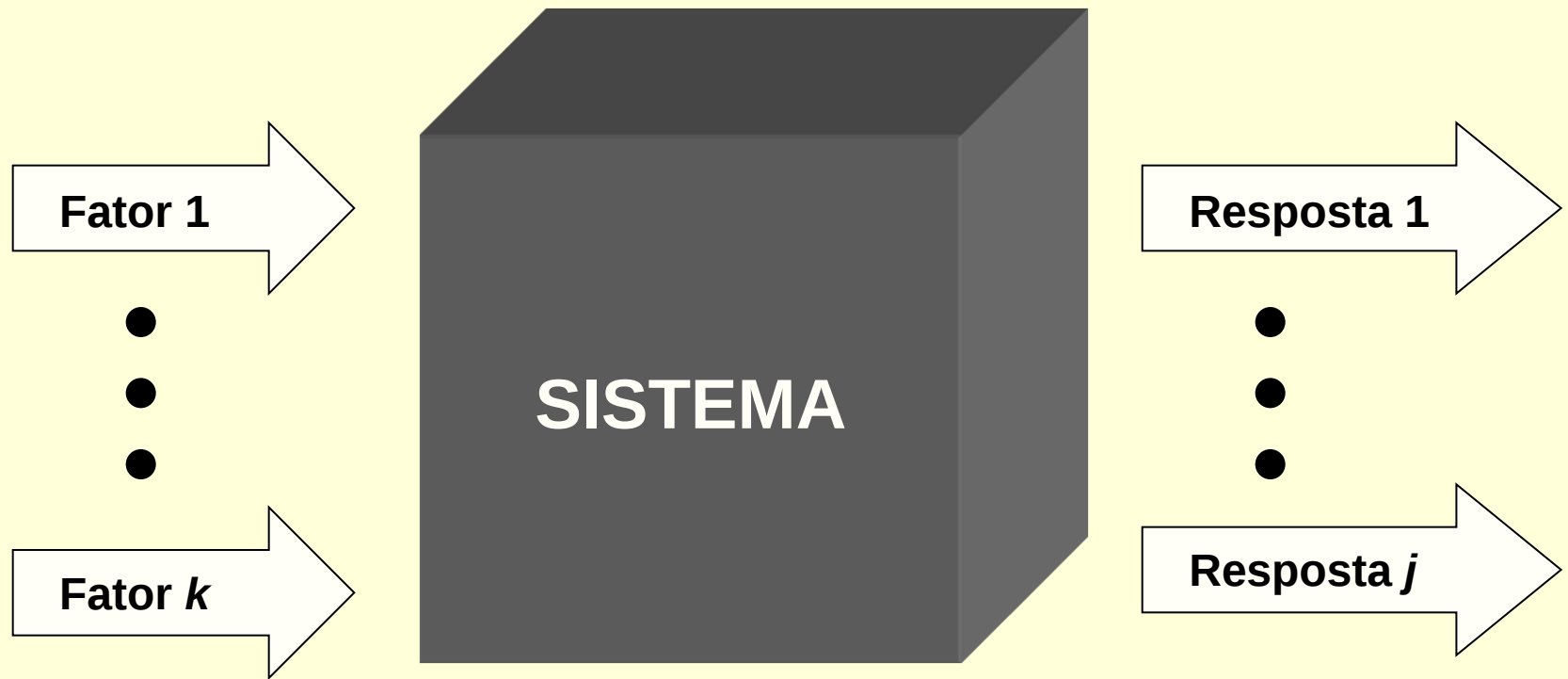
*Ex.: Formulação, temperatura, pH, agitação, aeração,
tempo de residência, vazão...*

Variáveis Dependentes:

Resposta desejada (determinada experimentalmente)

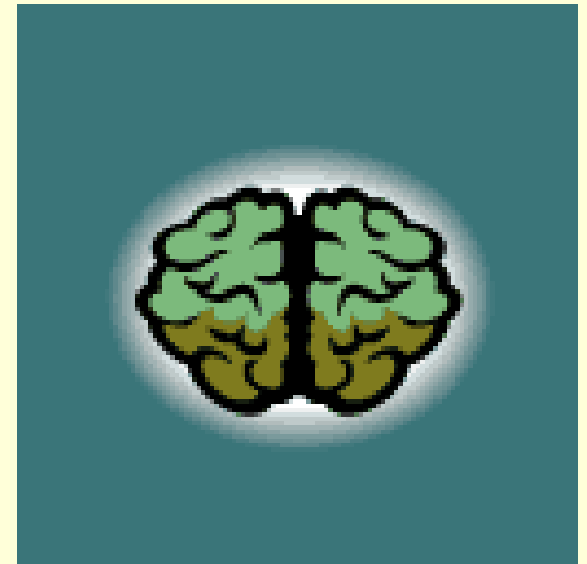
*Ex.: Rendimento, produtividade, índice de expansão,
atributos sensoriais, fator de pureza, atividade
enzimática....*

Construção de Modelos

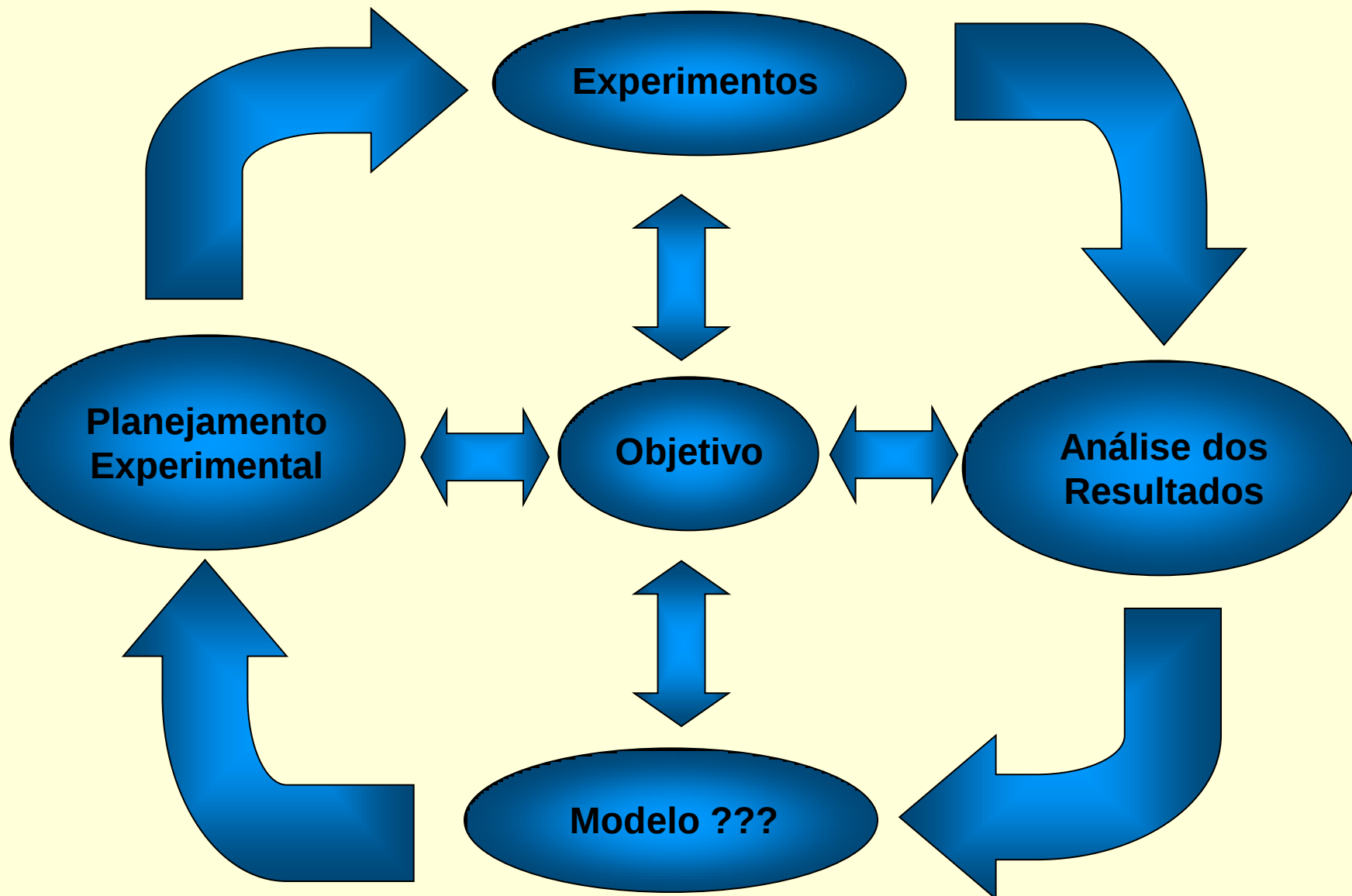


Estabelecer objetivos

- Variáveis envolvidas nos experimentos.
- Faixa de variação das variáveis selecionadas.
- Níveis escolhidos para as variáveis.
- Variável de resposta.
- Planejamento experimental.



Objetivos diferentes precisarão de planejamentos diferentes.



Princípios Básicos de um Planejamento de Experimentos

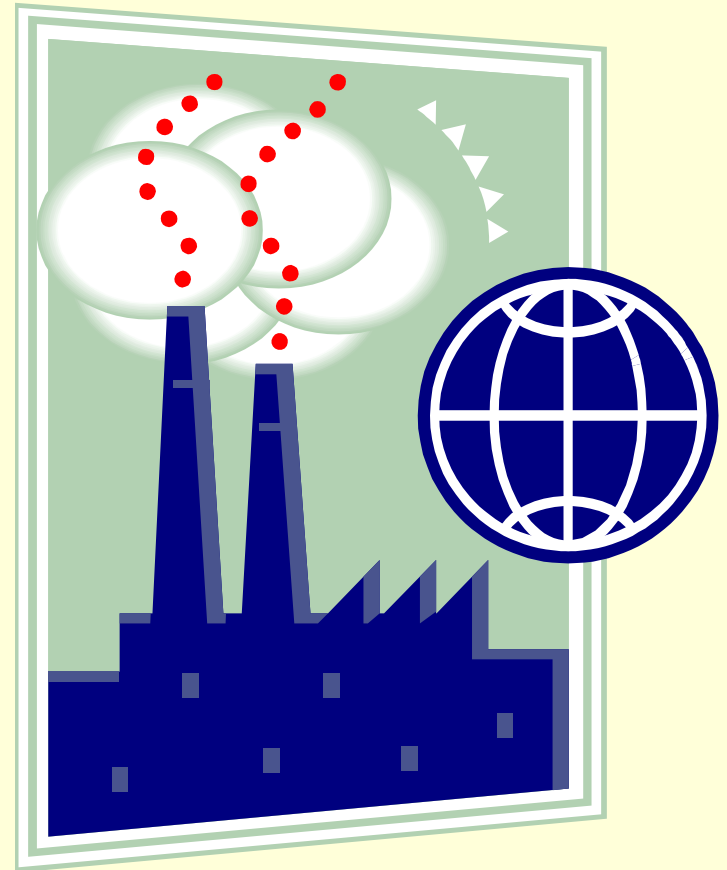
- **Replicação (Repetição)**
 - Obtenção do erro experimental
 - Obtenção de estimativas mais precisas
- **Aleatoriedade**
 - Distribuição equiprovável de outros fatores
- **Blocagem**
 - Aumenta a precisão do experimento eliminando a influência de fatores conhecidos

Planejamento Fatorial 2^k

- Utiliza k fatores analisados em 2 níveis
- Fornece o menor número de experimentos para um **fatorial completo**
- São largamente usados em **experimentos de varredura**
- Podem ser ampliados para formar um planejamento mais sofisticado
- A análise dos resultados é relativamente simples e permite avaliar a influência de um fator sobre outro (**interações**)

Exemplo 1

- Planejamento 2³: Planta piloto (Box, Hunter e Hunter, 1987)
- Dois fatores quantitativos (concentração e temperatura)
- Um fator qualitativo (tipo de catalisador)
- A resposta (variável dependente) é o rendimento



Temperatura (°C)	
(-)	(+)
160	180

Concentração (%)	
(-)	(+)
20	40

Catalisador	
(-)	(+)
A	B

Variáveis Codificadas

- Fornecem resultados mais fáceis de serem interpretados.
- São adimensionais.
- Os efeitos são calculados com a mesma precisão.
- Permite avaliar a importância relativa de cada fator.

Exemplo 1 – Matriz de Planejamento

Experimento	Temperatura (°C)	Concentração (%)	Catalisador
1			
1	160 (–)	20 (–)	A (–)
2	180 (+)	20 (–)	A (–)
3	160 (–)	40 (+)	A (–)
4	180 (+)	40 (+)	A (–)
5	160 (–)	20 (–)	B (+)
6	180 (+)	20 (–)	B (+)
7	160 (–)	40 (+)	B (+)
8	180 (+)	40 (+)	B (+)

Exemplo 1 – Cálculo dos Efeitos Principais

	T (°C)	C (%)	K	R (g)	
1	–	–	–	60	12
2	+	–	–	72	
3	–	+	–	54	14
4	+	+	–	68	
5	–	–	+	52	31
6	+	–	+	83	
7	–	+	+	45	35
8	+	+	+	80	

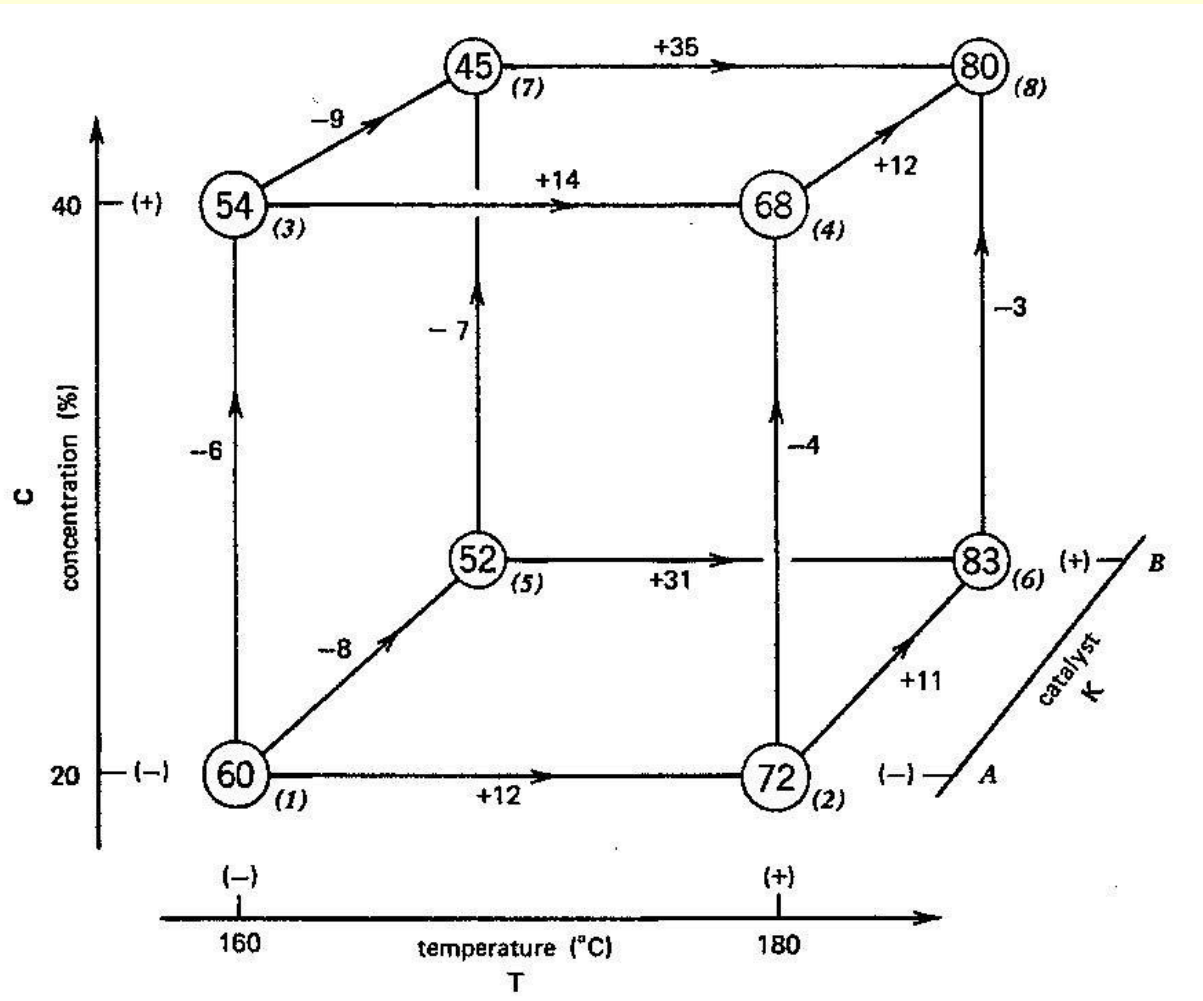
Exemplo 1 – Cálculo dos Efeitos Principais

$$\text{efeito } T = \frac{-60 + 72 - 54 + 68 - 52 + 83 - 45 + 80}{4} = 23,0$$

$$\text{efeito } C = \frac{-60 - 72 + 54 + 68 - 52 - 83 + 45 + 80}{4} = -5,0$$

$$\text{efeito } K = \frac{-60 - 72 - 54 - 68 + 52 + 83 + 45 + 80}{4} = 1,5$$

Interpretação Geométrica dos Efeitos



Exemplo 1 – Cálculo dos Efeitos de Interação

	T	C	K	TC	TK	CK	TCK	R
1	–	–	–	+	+	+	–	60
2	+	–	–	–	–	+	+	72
3	–	+	–	–	+	–	+	54
4	+	+	–	+	–	–	–	68
5	–	–	+	+	–	–	+	52
6	+	–	+	–	+	–	–	83
7	–	+	+	–	–	+	–	45
8	+	+	+	+	+	+	+	80

Exemplo 1 – Cálculo dos Efeitos de Interação

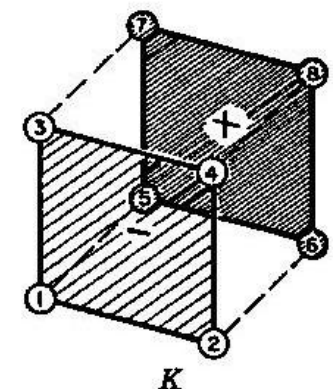
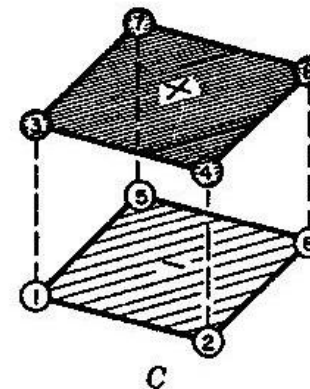
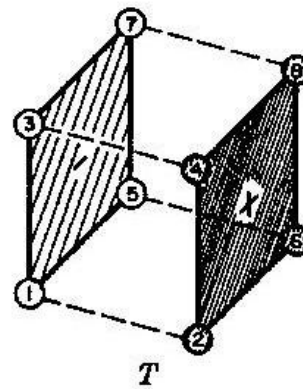
$$\text{efeito } TC = \frac{+60 - 72 - 54 + 68 + 52 - 83 - 45 + 80}{4} = 1,5$$

$$\text{efeito } TK = \frac{+60 - 72 + 54 - 68 - 52 + 83 - 45 + 80}{4} = 10,0$$

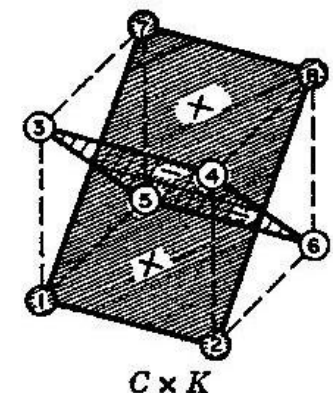
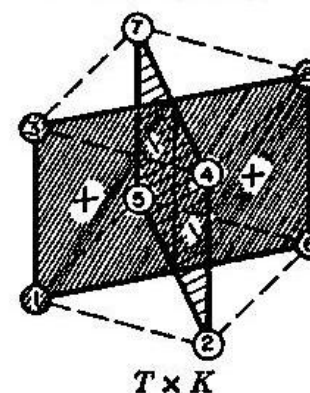
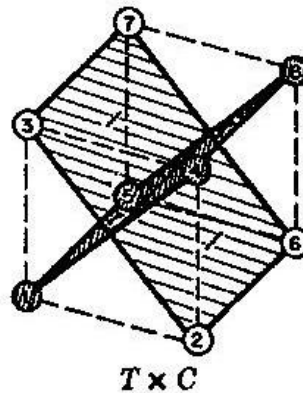
$$\text{efeito } CK = \frac{+60 + 72 - 54 - 68 - 52 - 83 + 45 + 80}{4} = 0,0$$

$$\text{efeito } TCK = \frac{-60 + 72 + 54 - 68 + 52 - 83 - 45 + 80}{4} = 0,5$$

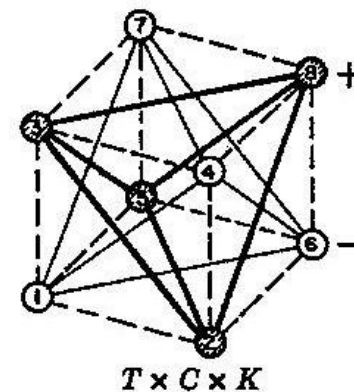
Efeitos



(a) Main effects



(b) Two-factor interactions



(c) Three-factor interaction

Estimativa do Erro Experimental

- É necessária a realização de repetições autênticas.
- As repetições devem ser aleatorizadas também.
- As repetições devem refletir a variabilidade do processo em toda a faixa de estudo.

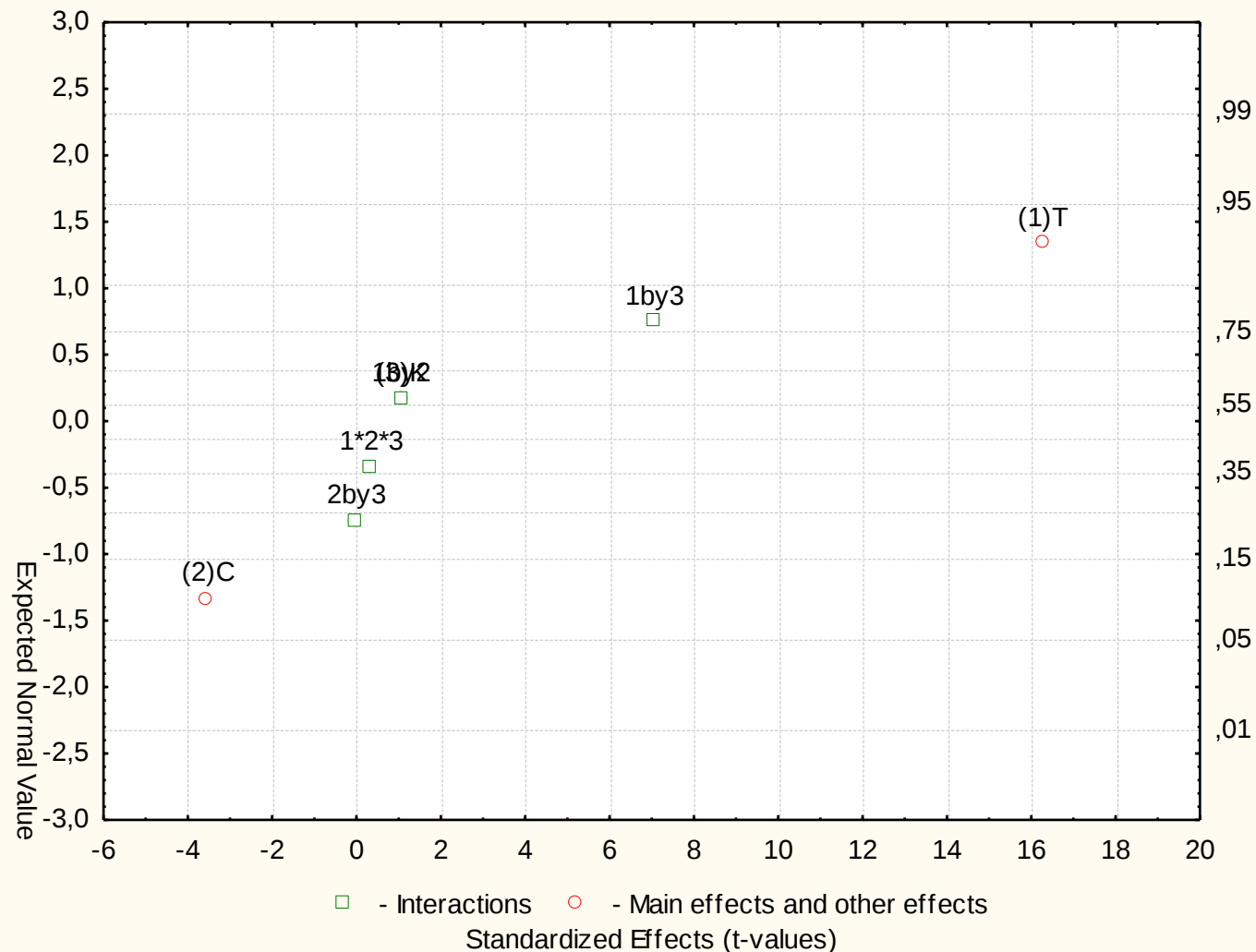
Estimativa do Erro Experimental

Standard Run	Design: 2**(3-0) design				
	Repetição	T	C	K	Rendimento
1	1	-1	-1	-1	59,00
2	1	1	-1	-1	74,00
3	1	-1	1	-1	50,00
4	1	1	1	-1	69,00
5	1	-1	-1	1	50,00
6	1	1	-1	1	81,00
7	1	-1	1	1	46,00
8	1	1	1	1	79,00
9	2	-1	-1	-1	61,00
10	2	1	-1	-1	70,00
11	2	-1	1	-1	58,00
12	2	1	1	-1	67,00
13	2	-1	-1	1	54,00
14	2	1	-1	1	85,00
15	2	-1	1	1	44,00
16	2	1	1	1	81,00

Estimativa do Erro Experimental

Effect Estimates; Var.: R; R-sqr=,97629; Adj:,95554 (Matriz 2**(3-0) design; MS Residual=8, DV: R						
Factor	Effect	Std.Err.	t	p	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt
Mean/Interc.	64,25000	0,70710	9,090909	0,00000	62,61940	65,88059
(1)T	23,00000	1,41421	16,26340	0,000000	19,73880	26,26118
(2)C	-5,00000	1,41421	-3,53553	0,007670	-8,26118	-1,73882
(3)K	1,50000	1,41421	1,06060	0,319810	-1,76118	4,76118
1 by 2	1,50000	1,41421	1,06060	0,319810	-1,76118	4,76118
1 by 3	10,00000	1,41421	7,07107	0,000100	6,73880	13,26118
2 by 3	0,00000	1,41421	0,00000	1,000000	-3,26118	3,26118
1*2*3	0,50000	1,41421	0,35355	0,732810	-2,76118	3,76118

Análise por meio de gráficos normais



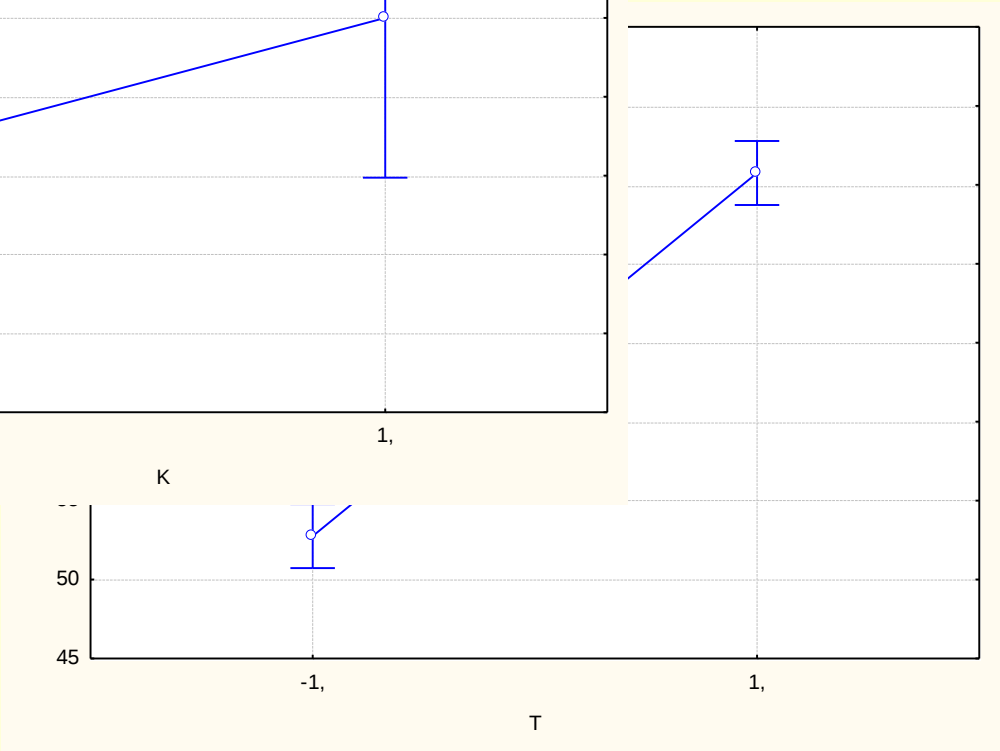
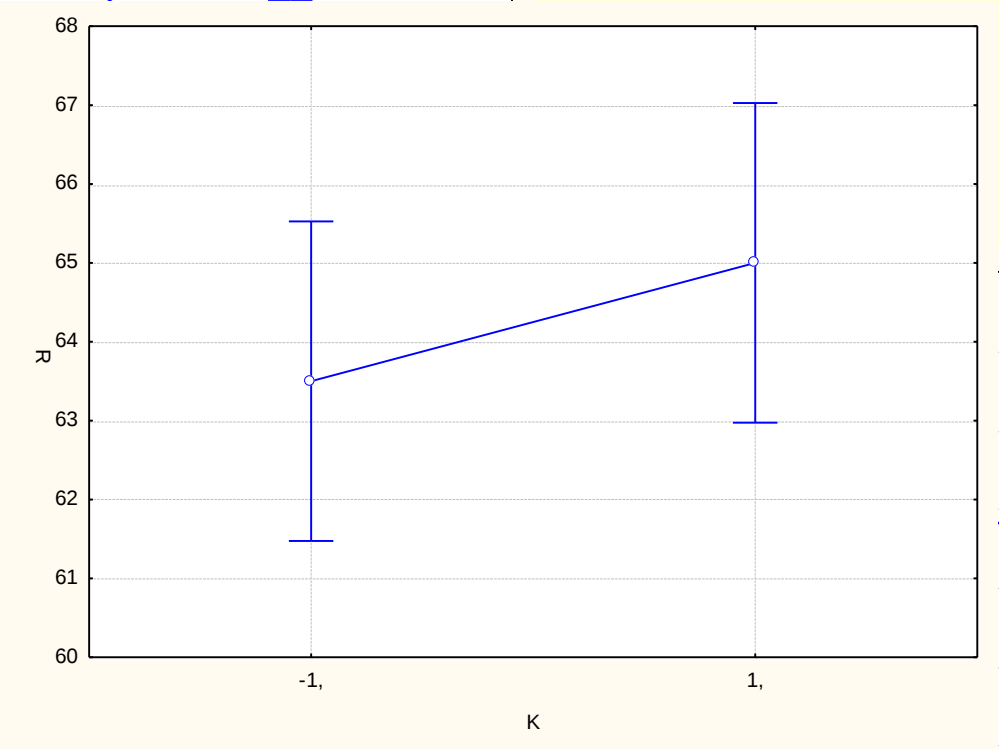
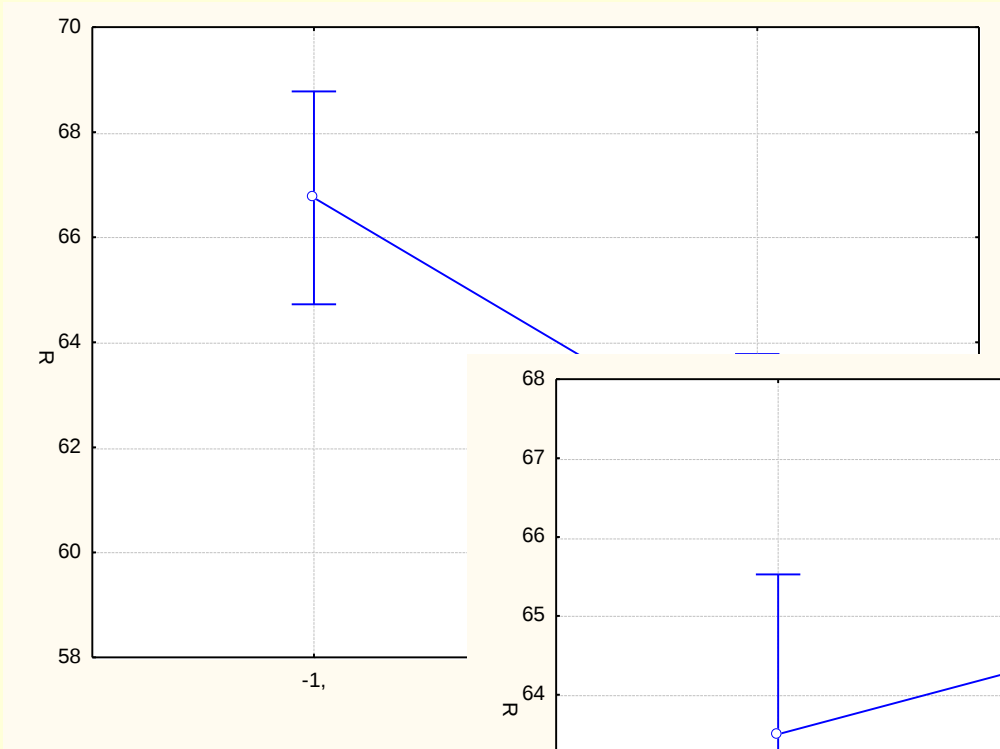
Effect Estimates; Var.:R; R-sqr=,97629; Adj.:95554 (Matriz 2**(3-0) design; MS Residual=8, DV: R						
Factor	Effect	Std.Err.	t(8)	p	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt
Mean/Interc.	64,2500	0,70710	90,8632	0,00000	62,6194	65,8805
(1)T	23,0000	1,41421	16,2634	0,00000	19,7388	26,2611
(2)C	-5,0000	1,41421	-3,5355	0,00767	-8,2611	-1,7388
(3)K	1,5000	1,41421	1,0606	0,31981	-1,7611	4,7611
1 by 2	1,5000	1,41421	1,0606	0,31981	-1,7611	4,7611
1 by 3	10,0000	1,41421	7,0710	0,00010	6,7388	13,2611
2 by 3	0,0000	1,41421	0,0000	1,00000	3,2611	3,2611
1*2*3	0,5000	1,41421	0,3535	0,73281	2,7611	3,7611

Effect Estimates; Var.:R; R-sqr=,97258; Adj.:96261 (Matriz 2**(3-0) design; MS Residual=6,727273 DV: R						
Factor	Effect	Std.Err.	t(11)	p	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt
Mean/Interc.	64,2500	0,64842	99,0863	0,00000	62,8228	65,6771
(1)T	23,0000	1,29684	17,7352	0,00000	20,1456	25,8543
(2)C	-5,0000	1,29684	-3,8555	0,00267	-7,8543	-2,1456
(3)K	1,5000	1,29684	1,1566	0,27191	-1,3543	4,3543
1 by 3	10,0000	1,29684	7,7110	0,00000	7,1456	12,8543

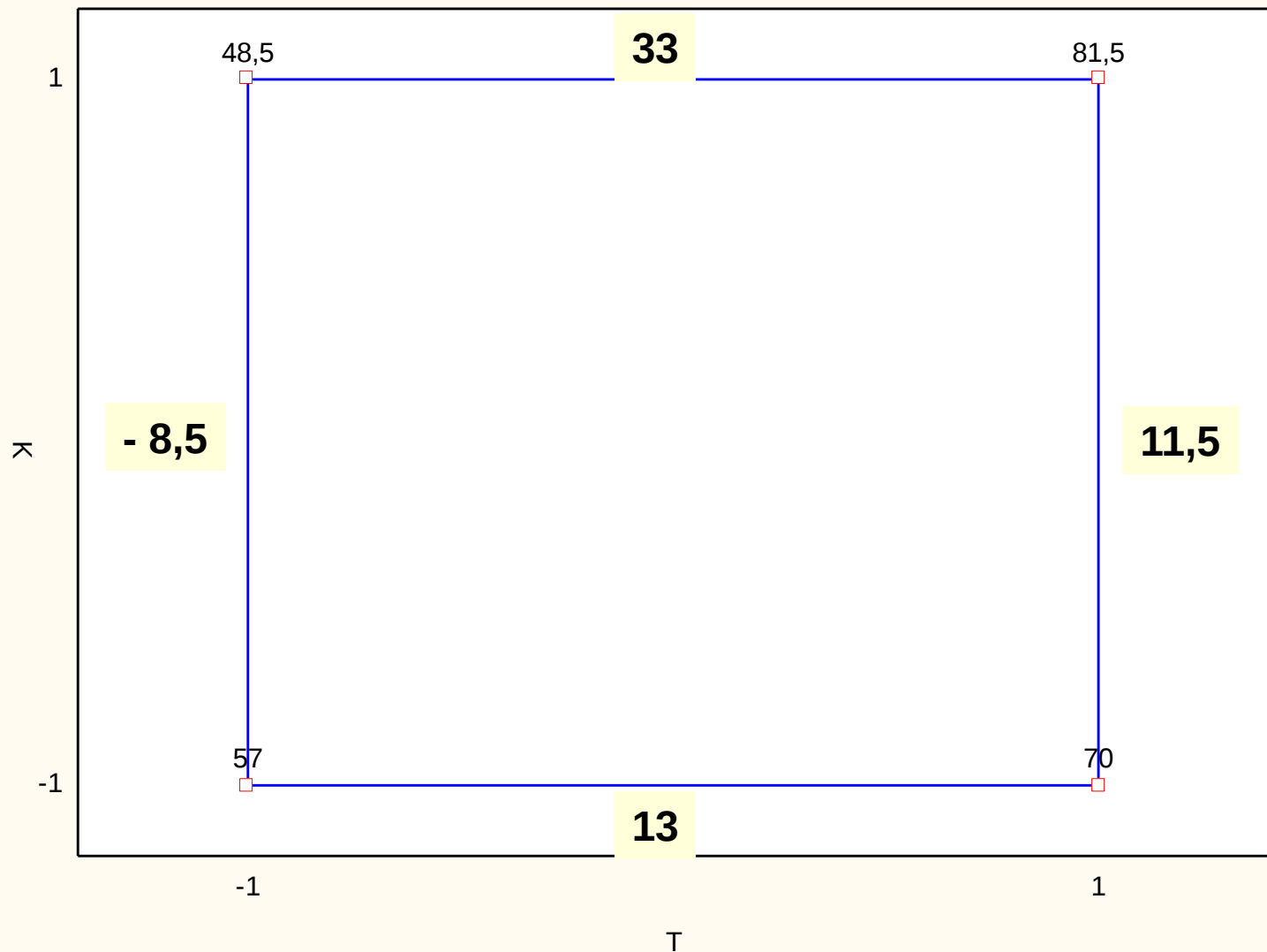
Effect Estimates; Var.:R; R-sqr=,97258; Adj:,96261 (Matriz 2**(3-0) design; MS Residual=6,727273 DV: R						
Factor	Effect	Std.Err.	t(11)	p	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt
Mean/Interc.	64,2500	0,64842	99,0863	0,00000	62,8228	65,6771
(1)T	23,0000	1,29684	17,7352	0,00000	20,1456	25,8543
(2)C	-5,0000	1,29684	-3,8555	0,00267	-7,8543	-2,1456
(3)K	1,5000	1,29684	1,1566	0,27191	1,3543	1,3543
1 by 3	10,0000	1,29684	7,7110	0,00000	7,1456	12,8543

Effect Estimates; Var.:R; R-sqr=,96925; Adj:,96156 (Matriz 2**(3-0) design; MS Residual=6,916667 DV: R						
Factor	Effect	Std.Err.	t(12)	p	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt
Mean/Interc.	64,2500	0,65748	97,7202	0,00000	62,8174	65,6825
(1)T	23,0000	1,31497	17,4907	0,00000	20,1349	25,8650
(2)C	-5,0000	1,31497	-3,8023	0,00251	-7,8650	-2,1349
1 by 3	10,0000	1,31497	7,6046	0,00000	7,1349	12,8650

Efeito Linear



Interação



Modelo Estatístico

$$\hat{y} = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3 + b_{123}x_1x_2x_3$$

- Com a codificação, cada coeficiente passa a corresponder sempre à variação de duas unidades do fator correspondente, já que o nível do fator varia de -1 para +1.
- Considerando apenas os efeitos significativos o nosso modelo seria:

$$\hat{y} = 64,25 + 11,50x_1 - 2,50x_2 + 5,00x_1x_3$$

$$x_1 = \frac{T - \left(\frac{160 + 180}{2} \right)}{\left(\frac{180 - 160}{2} \right)} = \frac{T - 170}{10}$$

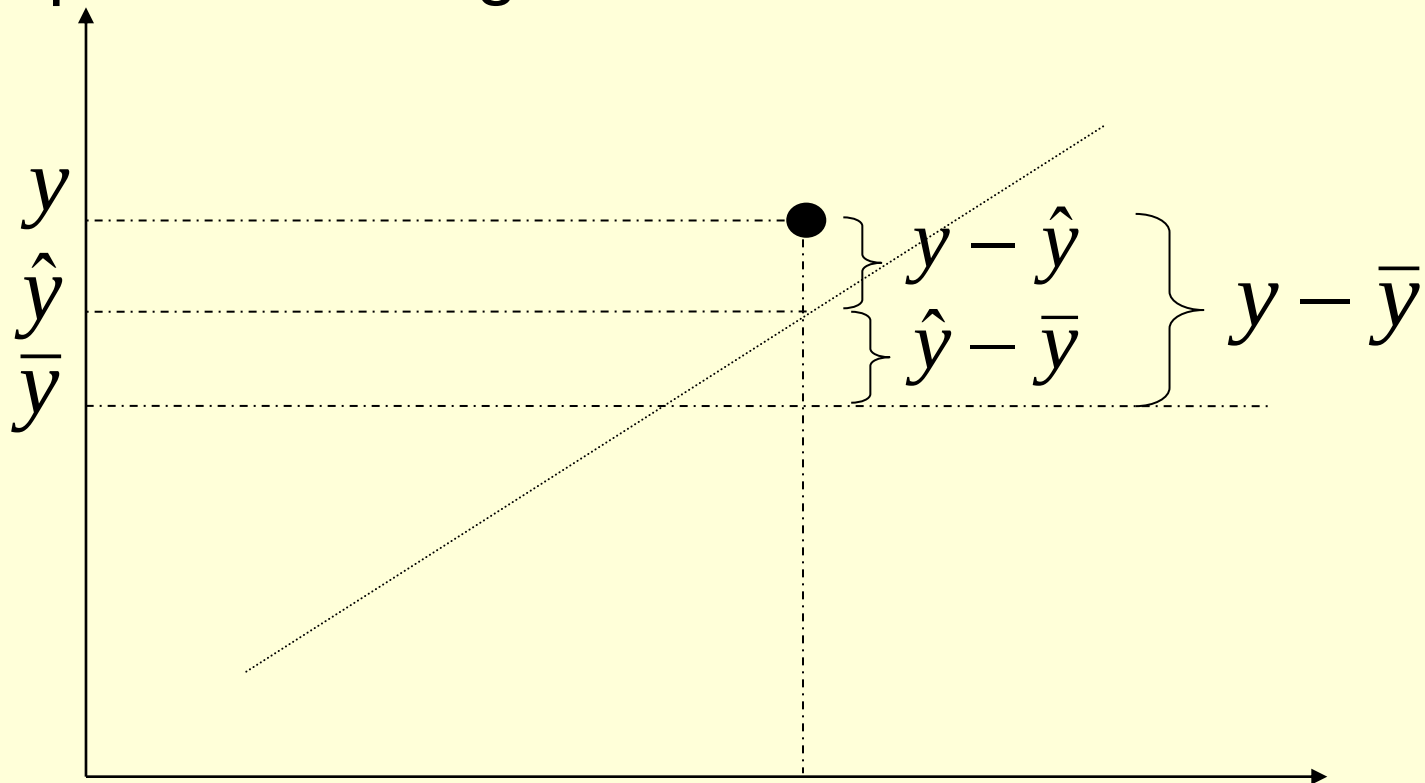
$$x_2 = \frac{C - \left(\frac{20 + 40}{2} \right)}{\left(\frac{40 - 20}{2} \right)} = \frac{C - 30}{10}$$

Modelo Estatístico

- A diferença entre os valores observados e previstos pelo modelo é chamada **resíduo**.
- As diferenças aparecem sempre que empregamos um modelo com um número de parâmetros inferior ao número total de observações.
- Analisar os resíduos é fundamental para podermos avaliar o grau de ajuste de um modelo às observações.
- Num modelo bem ajustado, o comportamento dos resíduos não deve ser incompatível com o que esperaríamos dos erros aleatórios.

Análise de Variância - ANOVA

- É baseada na decomposição algébrica dos desvios das respostas observadas em relação à resposta média global.



Análise de Variância - ANOVA

Fonte de Variação	SQ	GL	QM	F _{calc}	F _{tab}
Regressão	$\sum (\hat{y} - \bar{y})^2$	p	SQ _{reg} /GL	QM _{reg} /QM _{res}	(ver tab.)
Resíduo	$\sum (y - \hat{y})^2$	n - p	SQ _{res} /GL		
Total	$\sum (y - \bar{y})^2$	n - 1			

$$R^2 = \frac{SQ_{reg}}{SQ_{total}}$$

Análise de Variância - ANOVA

	ANOVA; Var.:R; R-sqr=,97629; Adj:,95554 (2**(3-0) design; MS Residual=8, DV: R				
Factor	SS	df	MS	F	p
(1)T	2116,000	1	2116,000	264,5000	0,0000000
(2)C	100,000	1	100,000	12,5000	0,0076700
(3)K	9,000	1	9,000	1,1250	0,3198100
1 by 2	9,000	1	9,000	1,1250	0,3198100
1 by 3	400,000	1	400,000	50,0000	0,0001000
2 by 3	0,000	1	0,000	0,0000	1,0000000
1*2*3	1,000	1	1,000	0,1250	0,7328100
Error	64,000	8	8,000		
Total SS	2699,000	15			

Análise de Variância - ANOVA

	ANOVA; Var.:R; R-sqr=,96925; Adj:,.96156 2**(3-0) design; MS Residual=6,916667 DV: R				
Factor	SS	df	MS	F	p
(1)T	2116,000	1	2116,000	305,927	0,000000
(2)C	100,000	1	100,000	14,4578	0,002519
1 by 3	400,000	1	400,000	57,8313	0,000000
Error	83,000	12	6,917		
Total SS	2699,000	15			

ANOVA – Falta de Ajuste e Erro Puro

- A soma quadrática residual deixada pelo modelo pode ser decomposta em duas partes: uma causada pelos erros aleatórios, e a outra devida à falta de ajuste do modelo.
- A média quadrática devida ao erro puro, que não depende do modelo, é uma estimativa da variância.
- A média quadrática devida à falta de ajuste também estima a variância se o modelo for adequado, isto é, se não houver falta de ajuste.

ANOVA – Falta de Ajuste e Erro Puro

ANOVA; Var.:R; R-sqr=,96925; Adj:,.96156 (2**(3-0) design; MS Pure Error=8, DV: R					
Factor	SS	df	MS	F	p
(1)T	2116,000	1	2116,000	264,5000	0,000000
(2)C	100,000	1	100,000	12,5000	0,007670
1 by 3	400,000	1	400,000	50,0000	0,000100
Lack of Fit	19,000	4	4,750	0,5937	0,677210
Pure Error	64,000	8	8,000		
Total SS	2699,000	15			

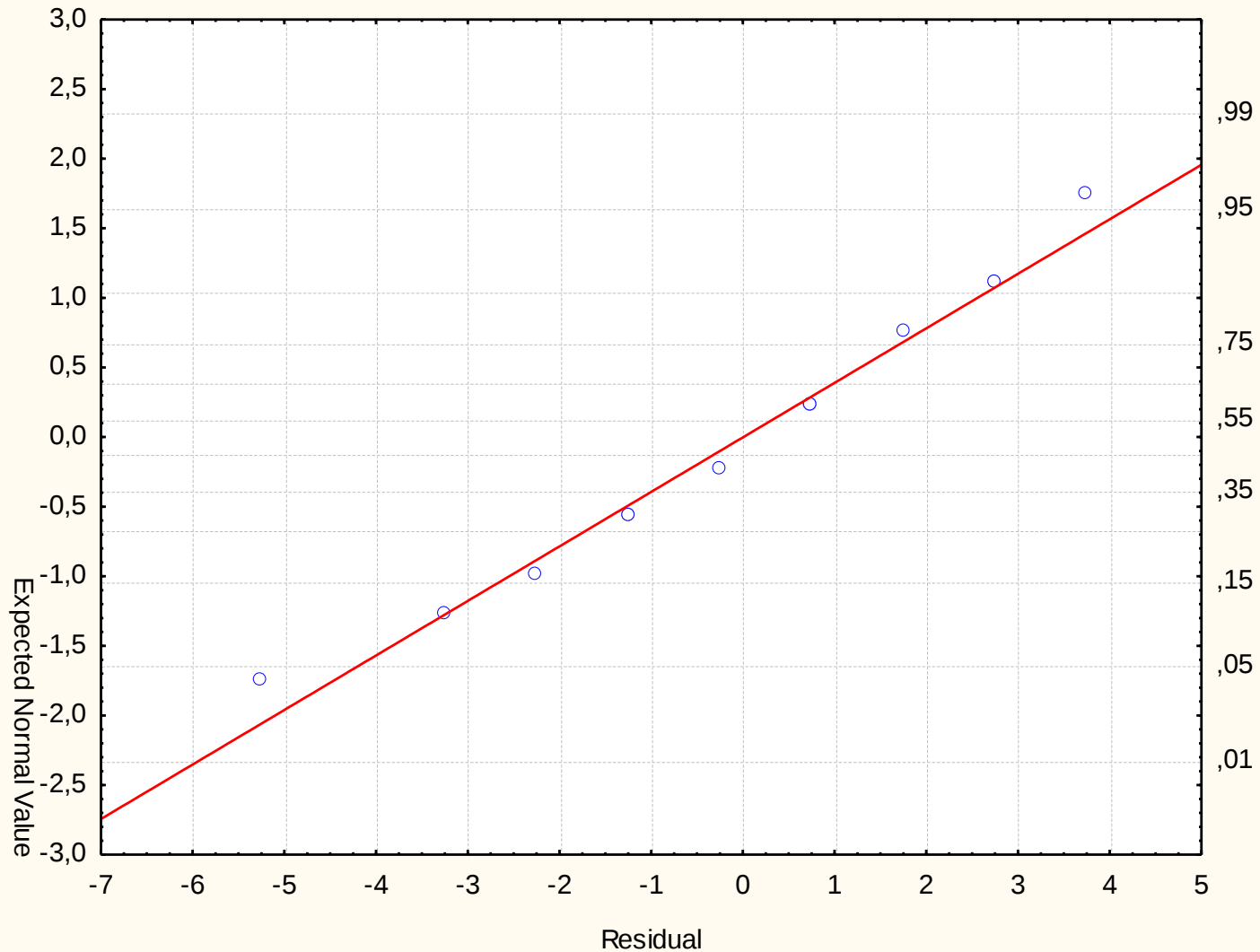
ANOVA; Var.:R; R-sqr=,96925; Adj:,.96156 (2**(3-0) design; MS Residual=6,916667 DV: R					
Factor	SS	df	MS	F	p
(1)T	2116,000	1	2116,000	305,9270	0,000000
(2)C	100,000	1	100,000	14,4578	0,002510
1 by 3	400,000	1	400,000	57,8313	0,000000
Error	83,000	12	6,917		
Total SS	2699,000	15			

Análise de Variância - ANOVA

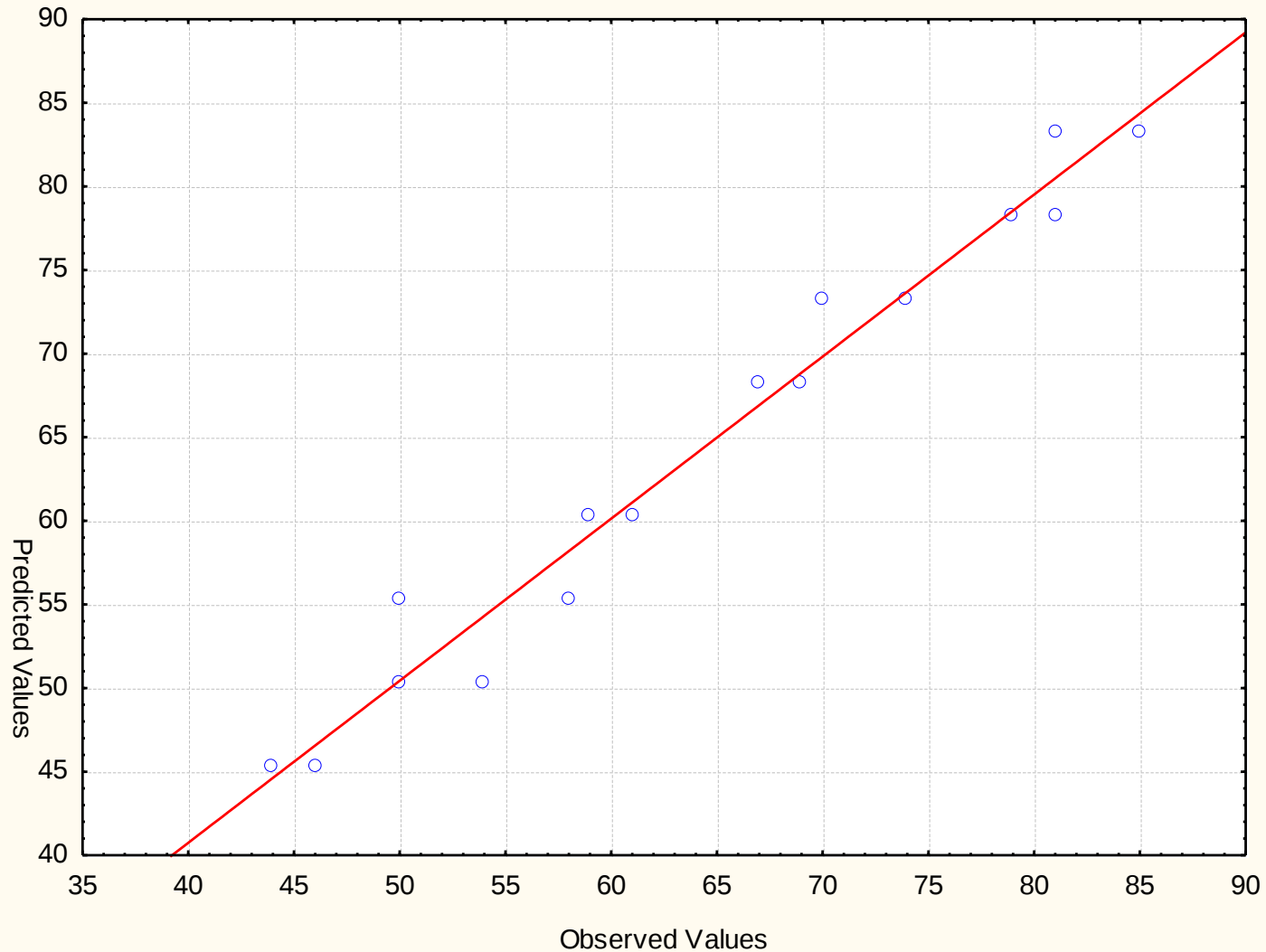
Fonte de Variação	SQ	GL	QM	F_{calc}	$F_{\text{tab}}(5\%)$
Regressão	2616	3	872	126,0722	3,49
Resíduo	83	12	6,9167		
Total	2699	15			

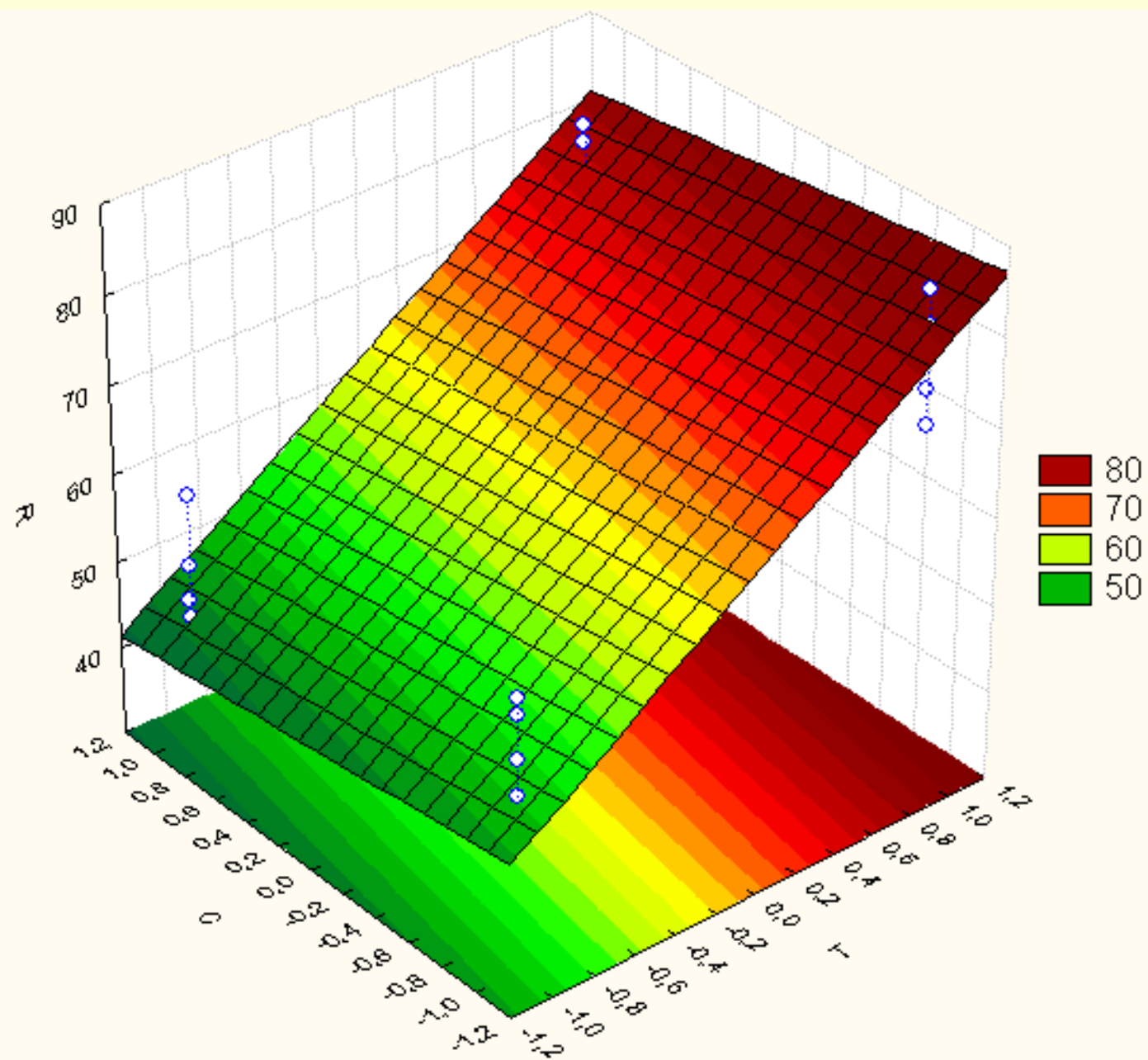
Fonte de Variação	SQ	GL	QM	F_{calc}	p
Regressão	2616	3	872	126,0722	< 0,000001
Resíduo	83	12	6,9167		
Total	2699	15			

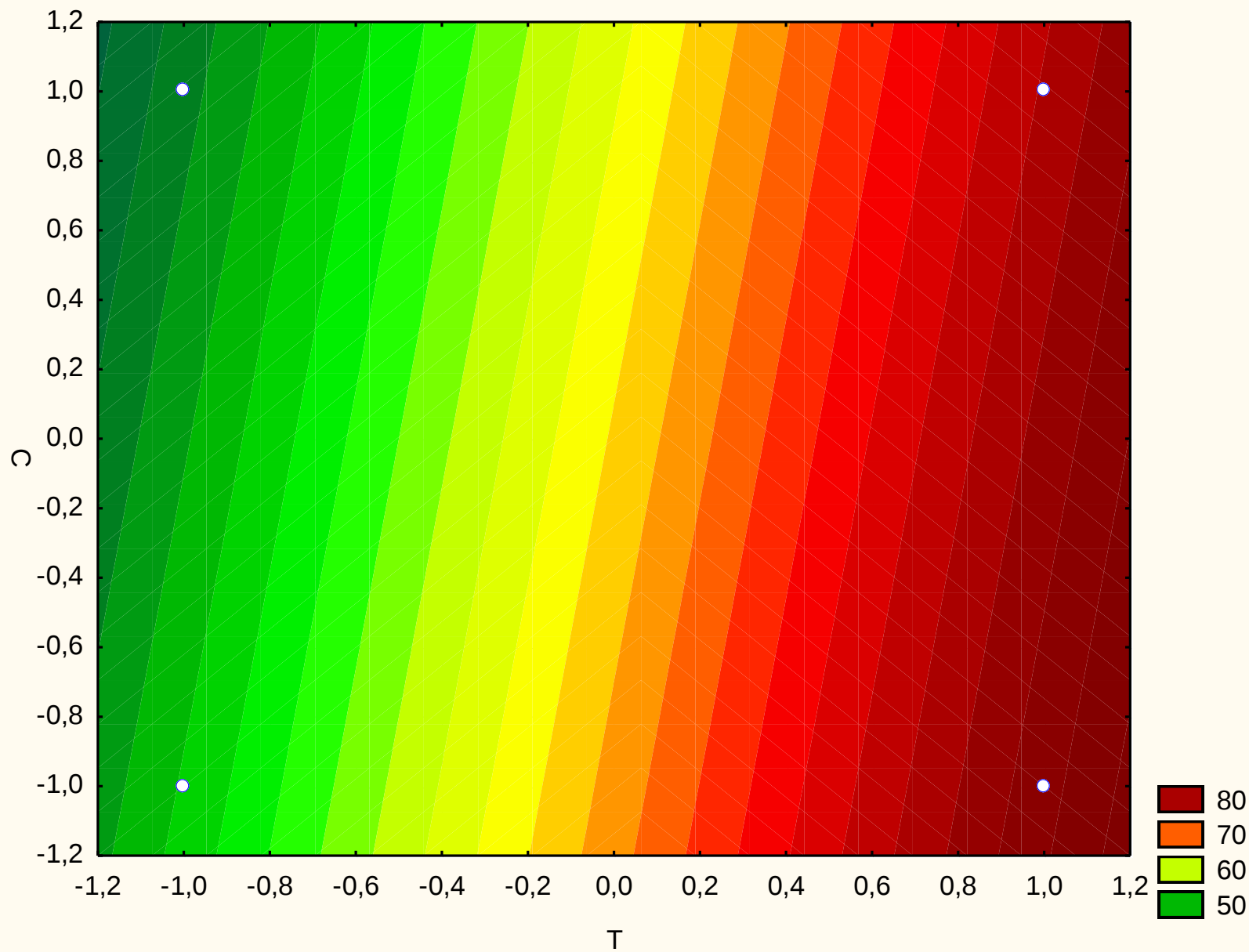
Gráfico Normal - Resíduos



Observado vs. Previsto

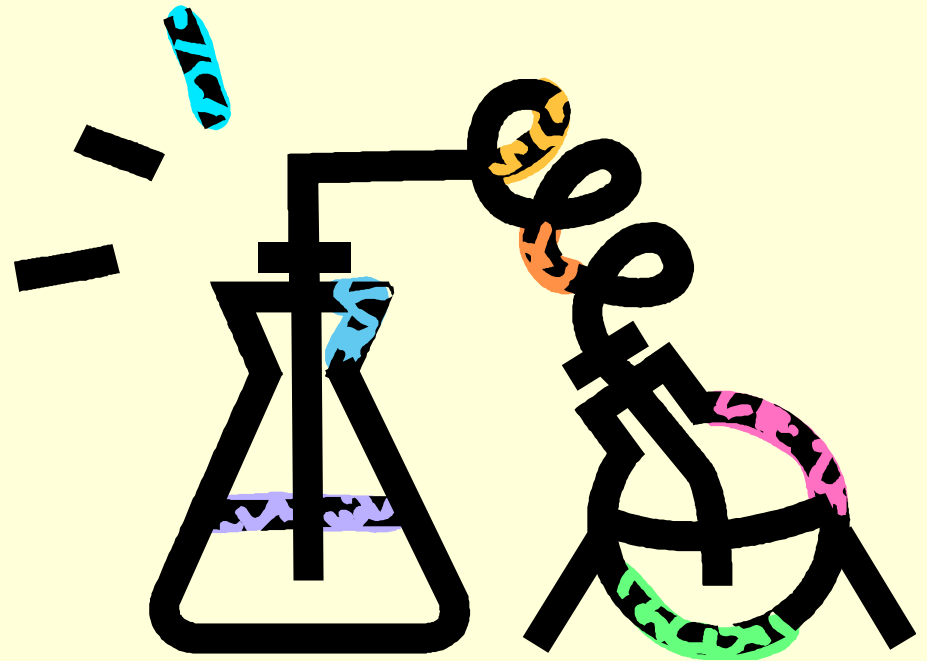






Exemplo 2

- Fatorial 2^4 : Aumento da taxa de filtração durante a produção de um produto químico em um reator pressurizado (Montgomery, 2005).
- Variáveis independentes: temperatura (A), pressão (B), concentração de formaldeído (C) e velocidade de agitação (D).



Matriz do planejamento

Standard Run	Design: 2**(4-0) design (3				
	A	B	C	D	Taxa de Filtração
1	-1	-1	-1	-1	45,00
2	1	-1	-1	-1	71,00
3	-1	1	-1	-1	48,00
4	1	1	-1	-1	65,00
5	-1	-1	1	-1	68,00
6	1	-1	1	-1	60,00
7	-1	1	1	-1	80,00
8	1	1	1	-1	65,00
9	-1	-1	-1	1	43,00
10	1	-1	-1	1	100,00
11	-1	1	-1	1	45,00
12	1	1	-1	1	104,00
13	-1	-1	1	1	75,00
14	1	-1	1	1	86,00
15	-1	1	1	1	70,00
16	1	1	1	1	96,00

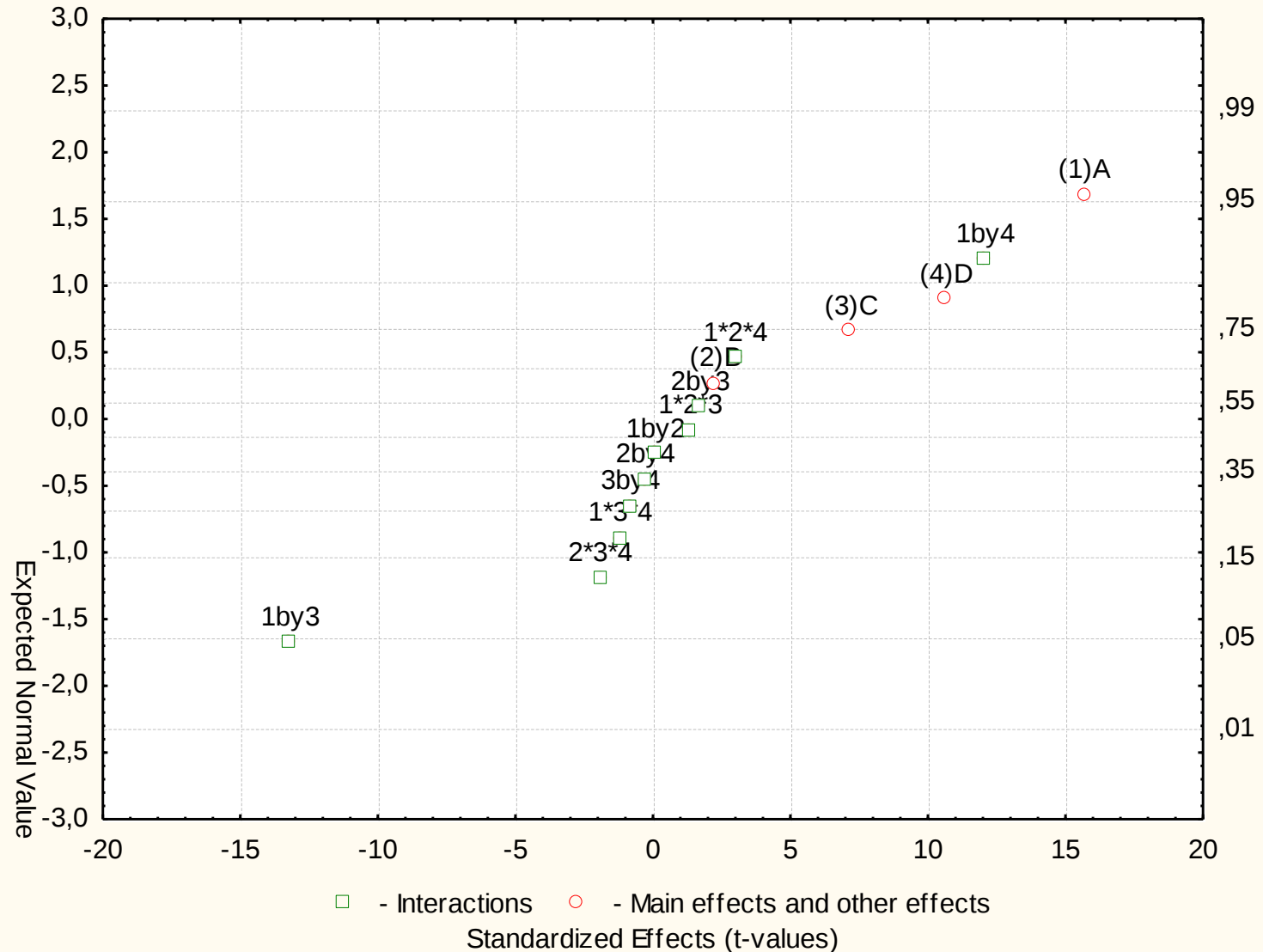
Estimativa dos efeitos

Effect Estimates; Var.:Taxa de Filtração; R-sqr=,99868; Adj:,98021 (Design: 2**(4-0) design (Spreadsheet))
 2**(4-0) design; MS Residual=7,5625

DV: Taxa de Filtração

Factor	Effect	Std.Err.	t(1)	p	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt	Coeff.	Std.Err. Coeff.	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt
Mean/Interc.	70,0625	0,687500	101,909	0,00624	61,3270	78,7980	70,0625	0,687500	61,3270	78,7980
(1)A	21,6250	1,375000	15,7273	0,04042	4,15400	39,0960	10,8125	0,687500	2,07700	19,5480
(2)B	3,12500	1,375000	2,27273	0,26388	-14,3460	20,5960	1,56250	0,687500	-7,17300	10,2980
(3)C	9,87500	1,375000	7,18182	0,08807	-7,59600	27,3460	4,93750	0,687500	-3,79800	13,6730
(4)D	14,6250	1,375000	10,6364	0,05967	-2,84600	32,0960	7,31250	0,687500	-1,42300	16,0480
1 by 2	0,12500	1,375000	0,09091	0,94228	-17,3460	17,5960	0,06250	0,687500	-8,67300	8,79800
1 by 3	-18,1250	1,375000	-13,1818	0,04820	-35,5960	-0,65390	-9,06250	0,687500	-17,7980	-0,32690
1 by 4	16,6250	1,375000	12,0909	0,05253	-0,84600	34,0960	8,31250	0,687500	-0,42300	17,0480
2 by 3	2,37500	1,375000	1,72727	0,33409	-15,0960	19,8460	1,18750	0,687500	-7,54800	9,92300
2 by 4	-0,37500	1,375000	-0,27273	0,83049	-17,8460	17,0960	-0,18750	0,687500	-8,92300	8,54800
3 by 4	-1,12500	1,375000	-0,81818	0,56345	-18,5960	16,3460	-0,56250	0,687500	-9,29800	8,17300
1*2*3	1,87500	1,375000	1,36364	0,40282	-15,5960	19,3460	0,93750	0,687500	-7,79800	9,67300
1*2*4	4,12500	1,375000	3,00000	0,20483	-13,3460	21,5960	2,06250	0,687500	-6,67300	10,7980
1*3*4	-1,62500	1,375000	-1,18182	0,44707	-19,0960	15,8460	-0,81250	0,687500	-9,54800	7,92300
2*3*4	-2,62500	1,375000	-1,90909	0,30717	-20,0960	14,8460	-1,31250	0,687500	-10,0480	7,42300

Gráfico Normal dos Efeitos



Modelo reduzido

Effect Estimates; Var.:Taxa de Filtração; R-sqr=,96595; Adj:,94893 (Design: 2**(4-0) design (Spreadsheet)
2**(4-0) design; MS Residual=19,5125

DV: Taxa de Filtração

Factor	Effect	Std.Err.	t(10)	p	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt	Coeff.	Std.Err. Coeff.	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt
Mean/Interc.	70,0625	1,10432	63,4438	0,00000	67,6015	72,5235	70,0625	1,10432	67,6015	72,5235
(1)A	21,6250	2,20864	9,7910	0,00000	16,7038	26,5462	10,8125	1,10432	8,3515	13,2730
(3)C	9,8750	2,20864	4,4710	0,00119	4,9538	14,7962	4,9375	1,10432	2,4765	7,3980
(4)D	14,6250	2,20864	6,6217	0,00005	9,7038	19,5462	7,3125	1,10432	4,8515	9,7730
1 by 3	-18,1250	2,20864	-8,2063	0,00000	-23,0462	-13,2038	-9,0625	1,10432	-11,5235	-6,6019
1 by 4	16,6250	2,20864	7,5272	0,00002	11,7038	21,5462	8,3125	1,10432	5,8515	10,7730

ANOVA; Var.:Taxa de Filtração; R-sqr=,965

2**(4-0) design; MS Residual=19,5125

DV: Taxa de Filtração

Factor	SS	df	MS	F	p
(1)A	1870,56	1	1870,56	95,8648	0,00000
(3)C	390,06	1	390,06	19,9903	0,00119
(4)D	855,56	1	855,56	43,8468	0,00005
1 by 3	1314,06	1	1314,06	67,3446	0,00000
1 by 4	1105,56	1	1105,56	56,6591	0,00002
Error	195,12	10	19,512		
Total SS	5730,93	15			

Matriz do planejamento

Standard Run	Design: 2**(4-0) design (3				
	A	B	C	D	Taxa de Filtração
1	-1		-1	-1	45,00
2	1		-1	-1	71,00
3	-1		-1	-1	48,00
4	1		-1	-1	65,00
5	-1		1	-1	68,00
6	1		1	-1	60,00
7	-1		1	-1	80,00
8	1		1	-1	65,00
9	-1		-1	1	43,00
10	1		-1	1	100,00
11	-1		-1	1	45,00
12	1		-1	1	104,00
13	-1		1	1	75,00
14	1		1	1	86,00
15	-1		1	1	70,00
16	1		1	1	96,00

Estimativa dos efeitos

Factor	Effect Estimates; Var.:Taxa de Filtração; R-sqr=,96868; Adj:,94127 2**(3-0) design; MS Residual=22,4375 DV: Taxa de Filtração									
	Effect	Std.Err.	t(8)	p	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt	Coeff.	Std.Err. Coeff.	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt
Mean/Interc.	70,0625	1,18420	59,1641	0,00000	67,331	72,793	70,0625	1,18420	67,331	72,7932
(1)A	21,625	2,36841	9,1305	0,00001	16,163	27,086	10,8125	1,18420	8,0817	13,5432
(2)C	9,875	2,36841	4,1694	0,00312	4,413	15,336	4,9375	1,18420	2,2067	7,66828
(3)D	14,625	2,36841	6,1750	0,00026	9,163	20,086	7,3125	1,18420	4,5817	10,0432
1 by 2	-18,125	2,36841	-7,6528	0,00006	-23,586	-12,663	-9,0625	1,18420	-11,793	-6,3317
1 by 3	16,625	2,36841	7,0194	0,00011	11,163	22,086	8,3125	1,18420	5,5817	11,0432
2 by 3	-1,125	2,36841	-0,4750	0,64748	-6,586	4,336	-0,5625	1,18420	-3,293	2,16828
1*2*3	-1,625	2,36841	-0,6861	0,51203	-7,086	3,836	-0,8125	1,18420	-3,543	1,91828

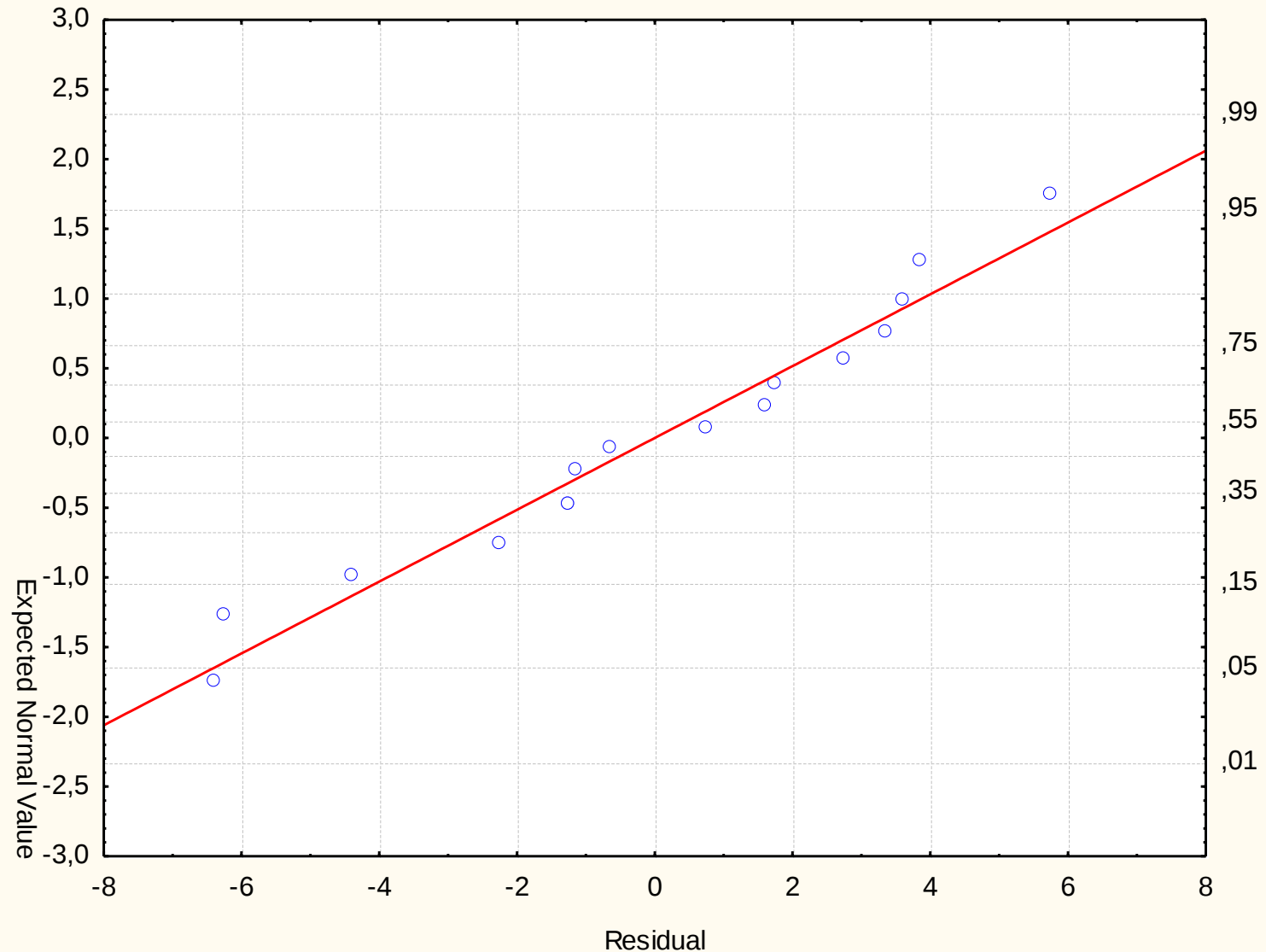
Factor	Effect Estimates; Var.:Taxa de Filtração; R-sqr=,96595; Adj:,94893 2**(3-0) design; MS Residual=19,5125 DV: Taxa de Filtração									
	Effect	Std.Err.	t(10)	p	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt	Coeff.	Std.Err. Coeff.	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt
Mean/Interc.	70,0625	1,10432	63,4438	0,00000	67,601	72,523	70,0625	1,10432	67,601	72,5230
(1)A	21,625	2,20864	9,7910	0,00000	16,703	26,546	10,8125	1,10432	8,351	13,2730
(2)C	9,875	2,20864	4,4710	0,00119	4,953	14,796	4,9375	1,10432	2,476	7,3980
(3)D	14,625	2,20864	6,6217	0,00005	9,703	19,546	7,3125	1,10432	4,851	9,7730
1 by 2	-18,125	2,20864	-8,2063	0,00000	-23,046	-13,203	-9,0625	1,10432	-11,523	-6,6019
1 by 3	16,625	2,20864	7,5272	0,00002	11,703	21,546	8,3125	1,10432	5,851	10,7730

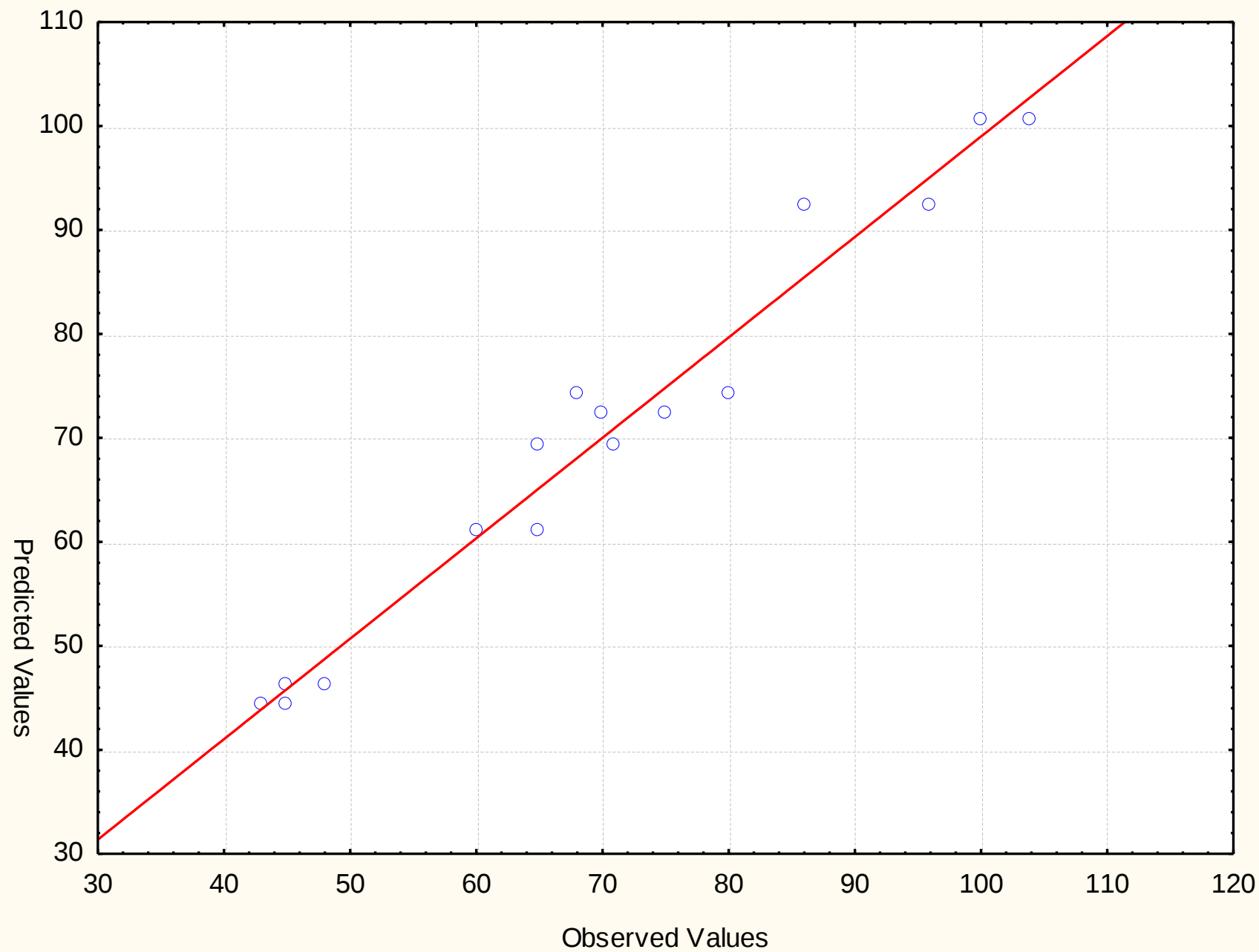
Análise de Variância

ANOVA; Var.:Taxa de Filtração; R-sqr=,965 2**(3-0) design; MS Pure Error=22,4375 DV: Taxa de Filtração					
Factor	SS	df	MS	F	p
(1)A	1870,56	1	1870,56	83,3676	0,00001
(2)C	390,06	1	390,06	17,3844	0,00312
(3)D	855,56	1	855,56	38,1309	0,00026
1 by 2	1314,06	1	1314,06	58,5654	0,00006
1 by 3	1105,56	1	1105,56	49,2729	0,00011
Lack of Fit	15,625	2	7,812	0,3481	0,71615
Pure Error	179,50	8	22,4375		
Total SS	5730,93	15			

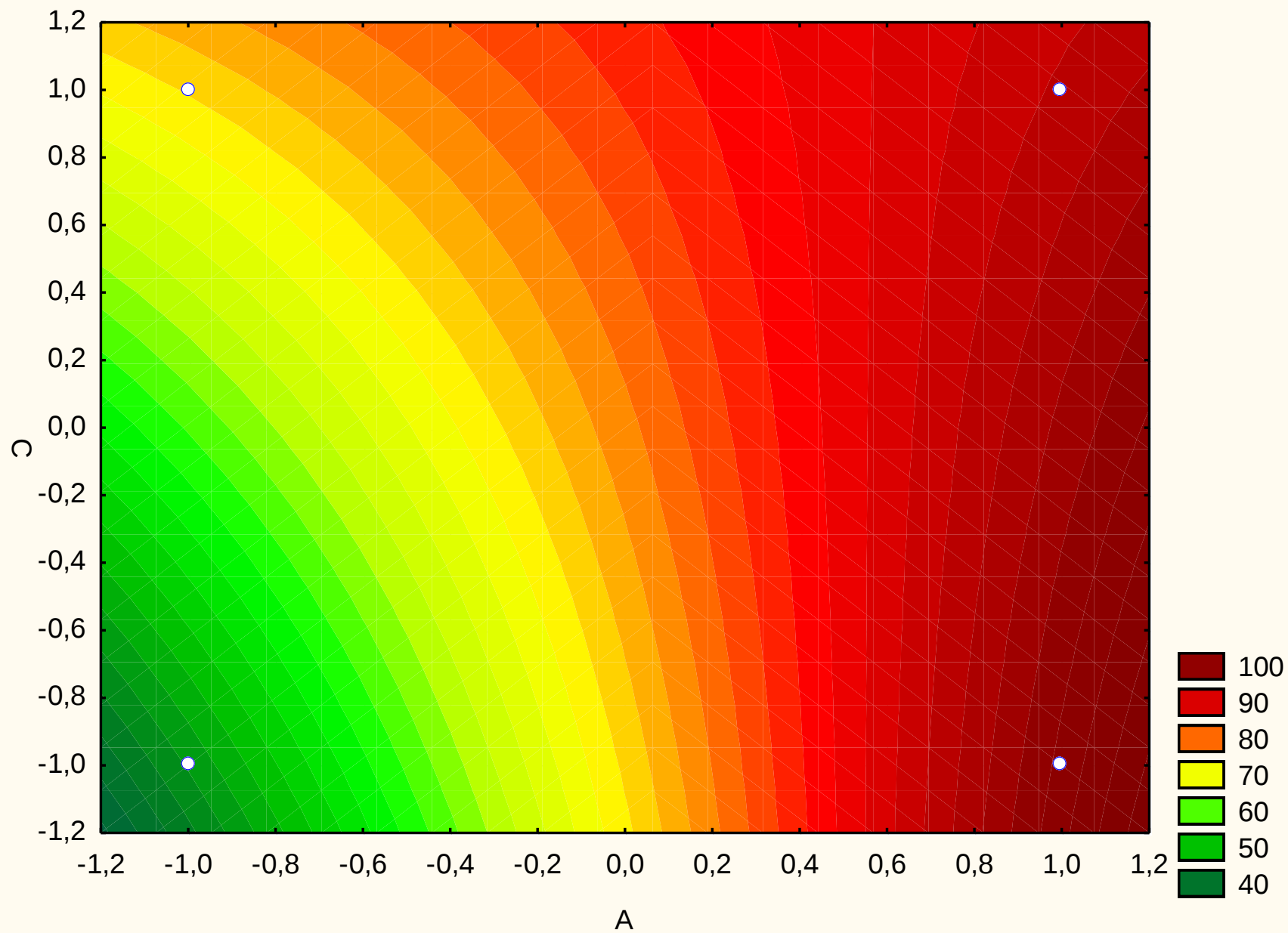
ANOVA; Var.:Taxa de Filtração; R-sqr=,965 2**(3-0) design; MS Residual=19,5125 DV: Taxa de Filtração					
Factor	SS	df	MS	F	p
(1)A	1870,56	1	1870,56	95,8648	0,00000
(2)C	390,06	1	390,06	19,9903	0,00119
(3)D	855,56	1	855,56	43,8468	0,00005
1 by 2	1314,06	1	1314,06	67,3446	0,00000
1 by 3	1105,56	1	1105,56	56,6591	0,00002
Error	195,12	10	19,512		
Total SS	5730,93	15			

Gráfico Normal dos Resíduos

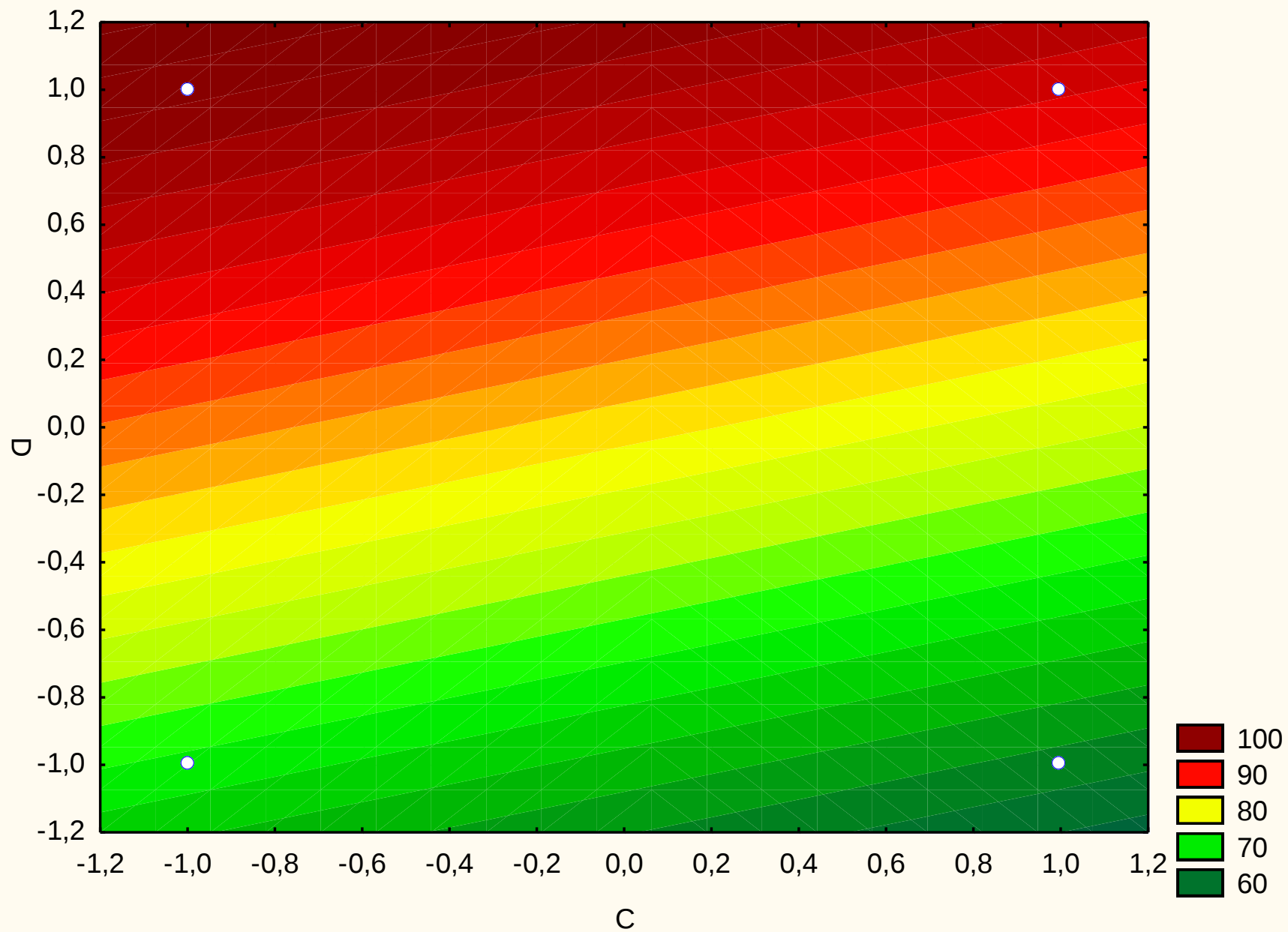




$D = +1$



A = +1



Pontos Centrais em Fatoriais 2^k

- Os modelos obtidos através de planejamentos fatoriais são **lineares** ou ligeiramente curvos (interações).

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \sum_{j>i}^k \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon$$

- É possível avaliar a existência de curvatura através da adição de **pontos centrais**.
- Se os pontos centrais forem **repetidos** é possível se obter uma estimativa do erro experimental.

Matriz do planejamento

Standard Run	Design: 2**(4-0) design				
	A	B	C	D	Taxa de Filtração
1	-1	-1	-1	-1	45,00
2	1	-1	-1	-1	71,00
3	-1	1	-1	-1	48,00
4	1	1	-1	-1	65,00
5	-1	-1	1	-1	68,00
6	1	-1	1	-1	60,00
7	-1	1	1	-1	80,00
8	1	1	1	-1	65,00
9	-1	-1	-1	1	43,00
10	1	-1	-1	1	100,00
11	-1	1	-1	1	45,00
12	1	1	-1	1	104,00
13	-1	-1	1	1	75,00
14	1	-1	1	1	86,00
15	-1	1	1	1	70,00
16	1	1	1	1	96,00
	0	0	0	0	73,00
	0	0	0	0	75,00
	0	0	0	0	66,00
	0	0	0	0	69,00

Análise da Curvatura

Effect Estimates; Var.:Taxa de Filtração; R-sqr=,95782; Adj:,93835
 2**(4-0) design; MS Residual=18,75962
 DV: Taxa de Filtração

Factor	Effect	Std.Err.	t(13)	p	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt	Coeff.	Std.Err. Coeff.	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt
Mean/Interc.	70,0625	1,08280	64,7043	0,00000	67,723	72,4018	70,0625	1,08280	67,723	72,4017
Curvatr.	1,3750	4,84247	0,2839	0,78092	-9,086	11,836	0,6875	2,42123	-4,543	5,9182
(1)A	21,6250	2,16561	9,9856	0,00000	16,946	26,303	10,8125	1,08280	8,473	13,1517
(3)C	9,8750	2,16561	4,5599	0,00053	5,196	14,553	4,9375	1,08280	2,598	7,2767
(4)D	14,6250	2,16561	6,7532	0,00001	9,946	19,303	7,3125	1,08280	4,973	9,6517
1 by 3	-18,1250	2,16561	-8,3694	0,00000	-22,803	-13,446	-9,0625	1,08280	-11,401	-6,7232
1 by 4	16,6250	2,16561	7,6767	0,00000	11,946	21,303	8,3125	1,08280	5,973	10,6517

2**(4-0) design; MS Residual=18,75962 DV: Taxa de Filtração					
Factor	SS	df	MS	F	p
Curvatr.	1,512	1	1,512	0,0806	0,78092
(1)A	1870,56	1	1870,56	99,7122	0,00000
(3)C	390,06	1	390,06	20,7926	0,00053
(4)D	855,56	1	855,56	45,6066	0,00001
1 by 3	1314,06	1	1314,06	70,0474	0,00000
1 by 4	1105,56	1	1105,56	58,9331	0,00000
Error	243,87	13	18,76		
Total SS	5781,20	19			

Exemplo 3

- Fatorial 2^3 com ponto central: El-Aouar, A. A.; Azoubel, P. M.; Barbosa Jr., J. L.; Murr, F. E. X. Influence of the osmotic agent on the osmotic dehydration of papaya (*Carica papaya* L.). **Journal of Food Engineering**, v.75, p.267-274, 2006.
- Variáveis independentes: temperatura (T), concentração de sacarose (C) e tempo de imersão (t).



Temperatura (°C)	
(-)	(+)
34	46

Concentração (%)	
(-)	(+)
44	56

Tempo	
(-)	(+)
120	210

Montar o planejamento com três pontos centrais e fazer a análise dos dados!!!

Treatment			Sucrose
T (°C)	C^a (% w/w)	t (min)	WR (%)
34(−1)	44(−1)	120(−1)	21.11
34(−1)	56(+1)	120(−1)	31.69
34(−1)	44(−1)	210(+1)	25.16
34(−1)	56(+1)	210(+1)	40.75
46(+1)	44(−1)	120(−1)	18.19
46(+1)	56(+1)	120(−1)	34.24
46(+1)	44(−1)	210(+1)	19.61
46(+1)	56(+1)	210(+1)	38.14
40(0)	50(0)	165(0)	28.97
40(0)	50(0)	165(0)	29.84
40(0)	50(0)	165(0)	28.94

Refazer os dados decodificados!!!